



**Pedro Queiroz Magro
Moreira Alcaide**

**Estudo Comparativo de Plataformas CAD/CAE em
Simulação Numérica**



**Pedro Queiroz Magro
Moreira Alcaide**

Estudo Comparativo de Plataformas CAD/CAE em Simulação Numérica

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, realizada sob a orientação científica de Professor Doutor João Alexandre Dias de Oliveira, Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Aveiro e do Professor Doutor Robertt Angelo Fontes Valente, Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Aveiro.

O júri / The jury

Presidente / President

Prof. Doutor Rui António da Silva Moreira

Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro

Vogais / Committee

Doutor Carlos André Soares Couto

Investigador de Pós Doutoramento da Universidade de Aveiro

Prof. Doutor João Alexandre Dias de Oliveira

Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro (orientador)

Agradecimentos / Acknowledgements

Ao terminar mais um ciclo na minha vida, o meu percurso académico, quero deixar os meus sinceros agradecimentos às pessoas que me acompanharam na elaboração desta dissertação, a qual não poderia estar concluída sem o seu apoio e colaboração.

Ao Professor Doutor João Alexandre Dias de Oliveira e ao Professor Doutor Robertt Angelo Fontes Valente, quero expressar os meus mais sinceros agradecimentos, por toda a dedicação, disponibilidade e orientação dada. Foram cruciais na realização desta Dissertação e que sem o seu apoio, incentivo, compreensão e amizade não teria conseguido desenvolver o presente trabalho.

Mais que a todos, quero agradecer aos meus familiares, mais concretamente aos meus pais e à minha irmã, que me apoiaram e lutaram comigo para que conseguisse estar hoje aqui. Foi tudo graças ao carinho, amor e compreensão que durante toda a vida me dedicaram. Irmã, Mãe e Pai, obrigado pelo apoio e pela “luta” comigo para que conseguisse estar aqui hoje. É a vocês que devo tudo o que sou e tudo o que consegui até hoje. Obrigado por tudo o que sempre me ensinaram... nunca baixar os braços e lutar sempre por aquilo que queremos. Hoje graças, em grande parte, a vocês estou a concretizar um sonho, o meu e o vosso. Foram cruciais para o meu desenvolvimento como pessoa e aluno. Muito obrigada por serem os pais maravilhosos que são e por estarem sempre comigo.

Joana, que com a tua paciência, tolerância e compreensão sempre ouviste os meus desatinos com o decorrer da dissertação e com os problemas com que me deparei. O teu amor, carinho, compreensão e apoio foram factores de grande importância e aos quais dou muito valor. Obrigada por estares sempre comigo e por seres quem és.

Finalmente, agradeço a todos os meus amigos(as), colegas de curso e de trabalho. Muito obrigada a todos!

Palavras-chave

CAD; CAE; MEF; problemas numéricos; análise de convergência

Resumo

Em Engenharia, a oferta de plataformas CAD/CAE está em constante evolução e crescimento. Com o objetivo de otimizar a escolha das plataformas a usar, o principal objectivo deste trabalho prende-se com a análise do comportamento de plataformas CAD/CAE em simulação numérica. A necessidade de verificar a precisão dos elementos finitos por testes independentes por forma a comparar o resultado torna-se cada vez mais necessário e reconhecido. Desse modo, quem trabalha na análise de elementos finitos, terá certezas quanto aos resultados que advêm. Para tal serão utilizados problemas tipo com resultados esperados para servirem de referência para posterior análise.

Tendo em conta que cada um dos softwares CAD e CAE tem as suas limitações acontece que para determinados problemas, haverá restrições na simulação. A par do estudo comparativo, irá ser realizado, igualmente, um estudo de convergência para perceber qual o refinamento necessário para se obter um valor aceitável, dentro do expectável. Este estudo irá ter por base valores referência expectáveis para um determinado tipo de problema.

Por último, como seria de esperar obteve-se que as plataformas dedicadas ao cálculo numérico (CAE), ao contrário dos módulos dedicados à análise de elementos finitos implementados nas plataformas CAD, fornecem melhores resultados, até porque têm na sua base de dados, um maior número de elementos para um maior tipo de problemas. Desta forma, estão mais habilitados a realizar e a ter um melhor desempenho para um maior leque de problemas com as mais variadas restrições.

Keywords

CAD; CAE; FEM; numerical problems; convergence analysis

Abstract

In engineering, the offer of CAD/CAE platforms is constantly in evolution and growth. With the objective to optimize the choice of which platform to use, the main goal of this work is to analyze the behaviour of numeric simulation on CAD/CAE platforms. The need to check the precision of finite elements with independent tests, in order to compare the results, became more necessary and acknowledged. This way, who works in finite element analyses, will have more assurance with the results obtained. To do that, it will be used benchmark problems with expected results to serve as reference to the analysis pretended.

Knowing that each CAD and CAE software has his limitations it happens that, for some problems, there will be restrictions about the simulation. Within the comparative study it will be also done a convergence study to understand which is the mesh refinement necessary to obtain a acceptable value, between the expectable. This study will have as base the reference values expected to some type of problem.

Finally, as it was expected, the platforms dedicated to numeric calculation (CAE), unlike the modules dedicated to finite element analysis implemented in the CAD platforms, provides better results, because they have in its database a greater number of elements for a larger type of problems. In this way, they are more enable to realize and to have better results for a wider range of problems with various restrictions.

Índice

1	Introdução	1
1.1	Motivação	1
1.2	Objetivos	2
1.3	Guia de leitura	2
2	Desenho e engenharia	5
2.1	Introdução	5
2.2	Desenho assistido por computador (CAD)	11
2.3	Engenharia assistida por computador (CAE)	12
2.4	Diferenças entre CAD e CAE	13
2.5	Processo ICROS	13
2.6	Softwares	14
2.6.1	Autodesk Inventor	15
2.6.2	CATIA	15
2.6.3	SolidWorks	16
2.6.4	Solid Edge	16
2.6.5	Abaqus	17
2.6.6	Autodesk Nastran	17
2.6.7	CalculiX	17
2.7	Quadro resumo	18
3	Modelação numérica	19
3.1	Introdução	19
3.2	Método de elementos finitos	19
3.3	Base do método de elementos finitos	20
3.4	Implementação da análise	20
3.4.1	Discretização do modelo	21
3.4.2	Elementos	22
3.4.3	Elementos lineares e quadráticos	22
3.4.4	Integração total e reduzida	23
3.4.5	Elementos bidimensionais e tridimensionais	26
3.4.6	Elemento triangular e tetraédrico modificado	28
3.4.7	Elemento híbrido	29
3.4.8	Elemento modo incompatível	29
3.5	Exemplos	29

4	Problemas referência	31
4.1	Introdução	31
4.2	Viga encastrada	31
4.3	Telhado cilíndrico Scordelis-Lo	39
4.4	Esfera com cargas concentradas	45
4.5	Cilindro com paredes espessas	52
4.6	Cilindro com cargas concentradas	59
4.7	Quadro resumo	66
5	Problemas de análise de tensões e deformações	69
5.1	Introdução	69
5.2	Placa infinita com um furo sob tensão	69
5.3	Parabolóide hiperbólico	74
6	Considerações finais	79
6.1	Conclusões	79
6.2	Perspectivas de trabalho futuro	80
	Bibliografia	81

Lista de Tabelas

2.1	Recomendação dos elementos	18
4.1	Quadro resumo dos elementos bidimensionais e de modo casca no <i>Abaqus</i>	66
4.2	Quadro resumo dos elementos sólidos utilizados no <i>Abaqus</i> e <i>CalculiX</i>	67

Página intencionalmente em branco.

Lista de Figuras

2.1	Operador usando um dos primeiros programas CAD.	5
2.2	Desenho no ecrã com uma “caneta de luz”.	6
2.3	AutoCAD instalado num computador pessoal da IBM.	10
2.4	Engenheiro usando o CAD.	11
2.5	Desenho assistido por computador de um projecto de uma máquina de sumos.	12
2.6	Modelo CAE.	13
2.7	Processo ICROS.	14
3.1	Discretização de uma viga em elementos hexaédricos no <i>Abaqus</i>	22
3.2	Elemento (2-D) linear quadrilátero com quatro nós.	23
3.3	Elemento serendipítico (2-D) quadrático quadrilátero com oito nós.	23
3.4	Elementos com integração completa e reduzida, com interpolação de primeira e de segunda ordem.	24
3.5	Fenómeno de <i>hourglassing</i>	25
3.6	Fenómeno de <i>shear locking</i>	25
3.7	Elemento (3-D) quadrático hexaédrico com 20 nós.	26
3.8	Elemento (2-D) triangular linear com 3 nós.	27
3.9	Elemento (2-D) tetraédrico linear com 4 nós.	27
3.10	Elemento (3-D) hexaédrico linear com 8 nós.	28
4.1	Viga com uma força pontual aplicada na extremidade livre.	32
4.2	Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares lineares.	33
4.3	Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros lineares.	34
4.4	Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros lineares com diferentes formulações.	34
4.5	Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares quadráticos.	35
4.6	Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros quadráticos.	35
4.7	Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos lineares.	36
4.8	Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos lineares.	37
4.9	Simulação com 100 nós da viga encastrada realizada no <i>CalculiX</i>	37

4.10	Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos quadráticos.	38
4.11	Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos quadráticos.	38
4.12	Telhado Scordelis-Lo: modelo e condições fronteira (1/4 da estrutura modelada).	39
4.13	Telhado cilíndrico Scordelis-Lo - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares lineares.	40
4.14	Telhado cilíndrico Scordelis-Lo - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros lineares.	41
4.15	Telhado cilíndrico Scordelis-Lo - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares quadráticos.	41
4.16	Telhado cilíndrico Scordelis-Lo - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros quadráticos.	42
4.17	Telhado cilíndrico Scordelis-Lo - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos lineares.	43
4.18	Telhado cilíndrico Scordelis-Lo - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos lineares.	43
4.19	Telhado cilíndrico Scordelis-Lo - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos quadráticos.	44
4.20	Simulação com 189 nós do telhado cilíndrico Scordelis-Lo realizada no <i>Inventor</i>	44
4.21	Telhado cilíndrico Scordelis-Lo - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos quadráticos.	45
4.22	Esfera com cargas concentradas (1/4 do modelo modelado).	46
4.23	Esfera com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares lineares.	47
4.24	Esfera com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros lineares.	47
4.25	Simulação com 191 nós da esfera com cargas concentradas realizada no <i>CATIA</i>	48
4.26	Esfera com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares quadráticos.	48
4.27	Esfera com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros quadráticos.	49
4.28	Esfera com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos lineares.	50
4.29	Esfera com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos lineares.	50
4.30	Esfera com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos quadráticos.	51
4.31	Esfera com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos quadráticos.	52
4.32	Cilindro com paredes espessas (1/4 do modelo modelado).	53
4.33	Cilindro com paredes espessas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares lineares.	54

4.34	Cilindro com paredes espessas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros lineares.	54
4.35	Cilindro com paredes espessas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares quadráticos.	55
4.36	Cilindro com paredes espessas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros quadráticos.	56
4.37	Cilindro com paredes espessas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos lineares.	57
4.38	Simulação com 200 nós do cilindro com paredes espessas realizada no <i>Abaqus</i>	57
4.39	Cilindro com paredes espessas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos lineares.	58
4.40	Cilindro com paredes espessas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos quadráticos.	58
4.41	Cilindro com paredes espessas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos quadráticos.	59
4.42	Cilindro com cargas concentradas (1/8 do modelo modelado).	60
4.43	Cilindro com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares lineares.	61
4.44	Cilindro com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros lineares.	61
4.45	Simulação com 975 nós do cilindro com cargas concentradas realizada no <i>SolidEdge</i>	62
4.46	Cilindro com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares quadráticos.	62
4.47	Cilindro com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros quadráticos.	63
4.48	Cilindro com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos lineares.	64
4.49	Cilindro com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos lineares.	64
4.50	Cilindro com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos quadráticos.	65
4.51	Cilindro com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos quadráticos.	65
5.1	Placa infinita com um furo sob tensão (1/4 do modelo modelado).	70
5.2	Placa infinita com um furo sob tensão - Relação entre o valor da tensão e o número de nós, usando elementos triangulares lineares.	71
5.3	Placa infinita com um furo sob tensão - Relação entre o valor da tensão e o número de nós, usando elementos quadrilátero lineares.	72
5.4	Simulação com 420 nós da placa infinita com um furo sob tensão realizada no <i>SolidWorks</i>	72
5.5	Placa infinita com um furo sob tensão - Relação entre o valor da tensão e o número de nós, usando elementos triangulares quadráticos.	73
5.6	Placa infinita com um furo sob tensão - Relação entre o valor da tensão e o número de nós, usando elementos quadrilátero quadráticos.	73

5.7	Parabolóide hiperbólico (1/2 do modelo modelado).	74
5.8	Parabolóide hiperbólico - Relação entre o valor da energia de deformação e o número de nós, usando elementos triangulares lineares.	75
5.9	Parabolóide hiperbólico - Relação entre o valor da energia de deformação e o número de nós, usando elementos quadrilátero lineares.	75
5.10	Parabolóide hiperbólico - Relação entre o valor da energia de deformação e o número de nós, usando elementos triangulares quadráticos.	76
5.11	Parabolóide hiperbólico - Relação entre o valor da energia de deformação e o número de nós, usando elementos quadrilátero quadráticos.	76
5.12	Parabolóide hiperbólico realizada no <i>AutodeskNastran</i>	77

Capítulo 1

Introdução

Muitas das plataformas de engenharia assistida por computador (*Computer Aided Engineering*) (*CAE*) e com os módulos integrados nos *softwares* de desenho assistido por computador (*Computer Aided Design*) (*CAD*) são baseadas no Método dos Elementos Finitos (MEF).

Estas análises existentes nas mais variadas plataformas pretendem representar o melhor possível o comportamento físico do modelo. Logo, estes *softwares* poderão ser uma valiosa ajuda para as equipas de desenvolvimento de novos produtos numa das tarefas mais importantes do mesmo, que consiste em determinar o comportamento estrutural e garantir que não existam constangimentos na sua operação normal.

Com este estudo pretende-se perceber o desempenho dos *softwares* que o mercado utiliza por forma a compreender quais as lacunas existentes. Com o uso da simulação, poupa-se tempo com a construção de protótipos para teste. Deste modo, quanto mais viável for a plataforma usada, melhor será para o utilizador pois dessa forma haverá uma maior exatidão nos resultados obtidos, melhor correspondendo ao que irá acontecer na realidade.

1.1 Motivação

A modelação em CAD é uma das áreas em Engenharia de grande interesse, sendo a que mais evoluiu ao longo dos tempos e a que ainda terá um grande potencial de desenvolvimento. O interesse está sempre presente na realização de projectos que envolvem modelação e simulação em computador. Dentro da simulação existe a simulação numérica que, por sua vez, é realizada em módulos dentro dos *softwares* CAD ou em plataformas dedicadas à engenharia assistida por computador (CAE). Uma vez que o universo destas plataformas está em constante crescimento e a oferta é tão vasta, surge assim a oportunidade de desenvolver esta Dissertação.

Analisar alguns dos principais *softwares* disponíveis no mercado foi um desafio interessante de ser feito. Uma das primeiras etapas surge na escolha dos *softwares* e quais os mais indicados para determinadas análises. Porém, a motivação em aprender a trabalhar nestes *softwares* e, de alguma forma, a possibilidade de ser autodidata permitiu que tais desafios fossem ultrapassados.

O facto de informações sobre estudos idênticos ser escasso é outro dos desafios. A literatura baseia-se no tipo de problemas de modo a testar os elementos finitos e as suas

patologias, durante a simulação.

1.2 Objetivos

O principal objetivo desta Dissertação é explorar e desmistificar os (pre-) conceitos e verificar se, para algumas categorias de problemas e estruturas, os módulos disponíveis no mercado serão ou não suficientes. Ao mesmo tempo, pretende-se verificar se estas soluções apresentam de facto algumas limitações e, nesse caso, identificar em que situações é que um *software* focado no cálculo de elementos finitos torna-se a melhor opção.

Assim, o trabalho proposto foca-se na análise do desempenho de alguns *softwares* CAD mais relevantes no mercado, que possuem módulos de cálculo estrutural, bem como os *softwares* dedicados para o efeito (CAE). É ainda realizado um estudo sobre a aplicação dos elementos finitos disponíveis em cada uma das plataformas, com a verificação da sua precisão face a soluções teóricas.

Este trabalho tem uma elevada componente prática associada à utilização de uma variedade de *softwares* CAD e/ou plataformas de CAE. Existe também um conjunto de tarefas e análises preparatórias que é necessário realizar em primeiro.

Em primeiro lugar é necessário elaborar a revisão do estado da arte e, ao mesmo tempo, examinar se existem referências na área a desenvolver, a fim de recolher o máximo de informação possível. Com o intuito de perceber e testar o *software* que é mais relevante, já que é o que o mercado mais recorre, é o seguinte passo, logo, serão selecionados, a partir de uma lista, determinados problemas referência a serem usados na análise. Nesta fase, é necessário conhecer os resultados desejados para cada um dos problemas, por forma a realizar uma análise de convergência, comparando os valores obtidos com os valores teóricos esperados.

1.3 Guia de leitura

O presente trabalho está dividido em seis capítulos. A fim de oferecer ao leitor um guia de leitura prático, é realizada uma breve descrição de cada um dos capítulos e seus conteúdos.

Capítulo 1 - Introdução

No primeiro capítulo são apresentados os principais objetivos e a motivação para esta Dissertação. É ainda parte integrante o presente guia de leitura.

Capítulo 2 - Desenho e engenharia

O capítulo dois descreve os temas que envolvem o CAD e CAE. É explicado o ciclo de vida dos produtos, onde fazem parte integrante o CAD e o CAE. Além disso, são apresentados os *softwares* alvo de análise e um quadro resumo dos tipos de elementos suportados por cada plataforma.

Capítulo 3 - Modelação numérica

No terceiro capítulo são descritas as técnicas de modelação e os cuidados a ter para realizar a análise de elementos finitos. A integração do métodos de elementos finitos nas simulações é outro dos temas abordados neste capítulo. É realizada ainda uma referência ao tipo de elemento, à sua formulação e aos modos existentes.

Capítulo 4 - Problemas referência

O capítulo quatro apresenta os problemas referência, onde o valor deslocamento é alvo de análise de resultados. A taxa de convergência compara o valor expectável com os valores obtidos nas simulações.

Capítulo 5 - Problemas de análise de tensões e deformações

No quinto capítulo são apresentados outros dois problemas referência, onde o valor da tensão e da deformação, são analisados, respectivamente. Será ainda realizada uma análise da taxa convergência.

Capítulo 6 - Considerações finais

No sexto e último capítulo são descritas as conclusões gerais desta Dissertação, sendo ainda apresentadas possibilidades para trabalhos futuros.

Página intencionalmente em branco.

Capítulo 2

Desenho e engenharia

Neste capítulo é apresentada uma breve revisão sobre a criação do CAD (*Computer Aided Design*) e a implementação do CAE (*Computer Aided Enginerring*). As principais diferenças entre CAD e CAE serão também abordadas nesta secção. É também feita uma pequena descrição das plataformas que serão sujeitas a testes.

É de elevada relevância entender como o CAD e o CAE surgiram, por forma a compreender a sua evolução e preponderância na resolução de determinados problemas. Essas necessidade de desenvolvimento aconteceram devido às necessidades que a indústria ia tendo constantemente, portanto, houve um desenvolvimento desenfreado das plataformas.

Quanto aos *softwares*, cada um tem a sua própria biblioteca de elementos, desde, por exemplo, elementos do tipo casca, a elementos sólidos. Por essa razão, foi realizado um quadro resumo dos tipos de elementos existentes nos *softwares*.

2.1 Introdução

A utilização de *softwares* para ajudar no desenvolvimento de projetos de engenharia iniciaram na década de 50, quando começaram a surgir os primeiros protótipos e máquinas para auxiliar o desenvolvimento de projectos com redes elétricas. Na Figura 2.1 é possível observar uma máquina utilizada, na década de 50, para desenvolver projetos.

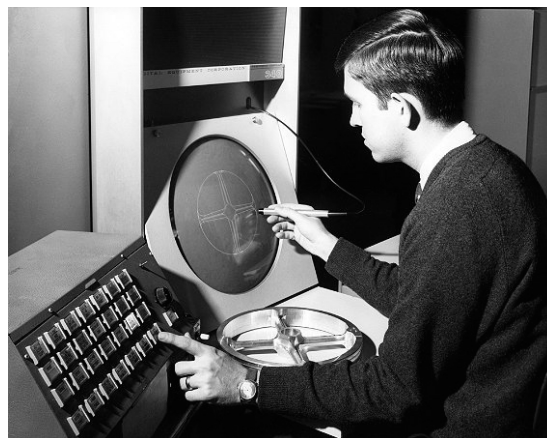


Figura 2.1: Operador usando um dos primeiros programas CAD [1].

As máquinas anteriormente dedicadas ao auxílio no desenvolvimento de projectos deram origem aos *softwares*, designando-se mais tarde por CAD. Douglas Ross Taylor foi o criador desse termo, uma vez que foi o cientista da computação que, na época, compreendeu a importância do uso destas ferramentas [2].

No início da década de 60, *MacNeal-Schwendler Corporation* (MSC) desenvolveu um código generalista com o intuito de ser aplicado na análise de elementos finitos. Este código tinha a particularidade de ter um limite máximo de graus de liberdade. Na altura, a MSC realizou um contrato com a *National Aeronautics and Space Administration* (NASA) criando condições para a continuação do desenvolvimento, dando mais tarde origem à MSC/NASTRAN. Quando a plataforma NASTRAN, na sua origem, se tornou acessível para o público em geral, originou e serviu de base para os pacotes de análise existentes nos dias de hoje [3].

Na década de 60, a modelação CAD começou a ser implementada na indústria automóvel, aeronáutica e eletrónica. O programa pioneiro de CAD e que serviu de base para os outros, foi o UNISURF, desenvolvido pelo engenheiro francês Pierre Bézier da marca de automóveis Renault [4].

Naquela época, as empresas começaram assim a desenvolver os seus próprios programas de CAD, e a preocupação de inovação e de criar novas funcionalidades nos *softwares* era uma constante pois não existiam empresas dedicadas única e exclusivamente no desenvolvimento de plataformas CAD, como existem nos dias de hoje, embora o seu desenvolvimento acarretasse um elevado custo.

O *Sketchpad* surgiu nesta época, através de vários estudos no Instituto de Tecnologia de Massachusetts, desenvolvido por Ivan Sutherland em 1963 [5; 6]. Este *software* foi um avanço tecnológico para o CAD pois permitia ao utilizador desenhar no monitor através de uma caneta. Sutherland foi capaz de combinar as capacidades dos monitores de Tubo de raios catódicos (*Cathode ray tube* - *CRT*) com as computacionais das máquinas criando um processo interativo que usava uma caneta, como é visível na Figura 2.2, para criar um sistema de desenho de peças mecânicas [7]. Este sistema foi descrito numa conferência em 1963 [8]. Nesta conferência o Prof. Steven Coons do MIT estabeleceu a relação entre o sistema de desenho assistido por computador e a forma como este evoluiu a partir da ferramenta programada automática (*Automated Programmed Tool* - *APT*) [1].

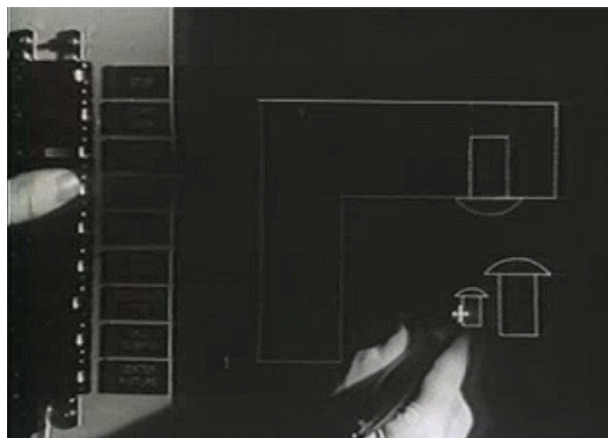


Figura 2.2: Desenho no ecrã com uma “caneta de luz” [9].

O trabalho de Sutherland despertou o interesse das empresas do ramo automóvel e aeroespacial, de tal forma que iniciaram rapidamente os seus próprios projetos para tentar aproveitar o poder do computador e para colmatar as necessidades de projeto identificadas à época. Um dos programas mais notáveis foi o *DAC (Design Augmented by Computer)*, um projeto conjunto da *General Motors* com a *International Business Machines (IBM)*. Dois dos principais indivíduos envolvidos neste projeto foram Fred Krull e Dr. Patrick Hanratty [10].

O final dos anos 60 foi rico na atividade CAD pois várias empresas começaram a criar e a promover *software* ou *hardware* para esta indústria. David Evans e Ivan Sutherland fundaram a *Evans and Sutherland Computer Corporation (E & S)*, que foi um dos líderes em estações de trabalho gráfico para CAD. Outro exemplo foi desenvolvido pela IBM com Adage, *General Electric*, *Digital Equipment Corporation*, CalComp, entre outros. Um dos principais intervenientes foi também o *Calma*, que era originalmente um fabricante de mesas digitalizadoras, muito comuns no mapeamento e fabricação de circuitos elétricos integrados. Em meados dos anos 80, o *Calma* foi adquirido pela *General Electric* e depois vendido à *Prime-Computer*.

MAGI lançou o seu *software* de sólidos *SynthaVision*, que é considerado por muitos como o primeiro programa de modelação de sólidos comercial. Charles Eastman, no Instituto de Planeamento Físico da Carnegie Mellon, desenvolveu o sistema *GLIDE* com Max Henrion e o Sistema Espacial Geral (GSP), um sistema de *software* para resolver problemas de gestão do espaço tridimensional. Eastman e Kevin Weiler publicam nesta altura um artigo sobre a utilização de operadores de Euler para garantir a correta modelação geométrica [11]. Pierre Bézier e Steven Coons contribuíram com abordagens importantes para aplicações de superfície de forma livre para a indústria de CAD, sendo que o primeiro, foi um dos fundadores do campo de modelagem sólida, geométrica e física, assim como o campo de curvas representativas em CAD, conhecidas pelas curvas *Bézier*. Por exemplo, a CSG Modeler PADL-1, e mais tarde PADL-2 foram desenvolvidos pelo Projeto de Automação de Produção na Universidade de Rochester. Bruce Baumgart introduziu uma estrutura de dados, que ficou conhecida como a estrutura de dados *Winged Edge*, que fornece uma representação eficiente para objetos 3-D.

As contribuições de Hanratty datam de 1957 com o *software* PRONTO, o primeiro sistema de programação de controlo numérico disponibilizado comercialmente. Após a conclusão do programa de DAC, Hanratty fundou a sua própria empresa, focada no desenvolvimento de soluções integradas e interativas de desenho assistido por computador, nomeadamente para *design* e manufatura de produtos. A sua empresa, a MCS (*Manufacturing and Consulting Services, Inc.*) serviu fundamentalmente para a evolução inicial dos ambientes de *software* de CAD. Além de vender o produto sob a marca MCS, esta empresa forneceu o *software* CAD/CAM (*Computer Aided Manufacturing*) usado por empresas como a *McDonnell Douglas (Unigraphics)*, *Computervision (CADDS)*, *AUTOTROL (AD380)*, e *Data Control (CD-2000)*, tornando-se este mercado a maior fatia de faturação da empresa [12]. Na verdade, de acordo com o MCS, os especialistas do setor estimam que 70 % de todos os sistemas 3-D CAD/CAM disponíveis hoje no mercados encontram as suas raízes no código dos produtos originais da MCS, o a ADAM (*Automated Drafting and Machining*) que foi lançado em 1972 e que corria em computadores de 16 *bits*. Este foi um dos primeiros pacotes focalizado no projeto mecânico disponíveis comercialmente. O Dr. Hanratty fundou a *United Computing* em 1969, que, como será discutido mais a frente, teve um papel importante na história dos *softwares*

CAD/CAE.

Em 1976 a MCS introduz o AD-2000, um sistema de desenho e modelação para os primeiros computadores de 32 *bits*. Em 1986, seguiu-se o ANVIL-5000, um *software* 3-D CAD/CAM/CAE que foi, por mais de uma década, o mais poderoso *software* totalmente integrado de CAD/CAM/CAE disponível pois corria em todas as classes de computadores desde os terminais para engenharia avançada até aos computadores pessoais.

As necessidades da indústria aeronáutica estiveram na origem do desenvolvimento de alguns dos programas de CAD mais importantes do mundo. O *software* desenvolvido pelos proprietários da Boeing, o *Computer-Augmented Design And Manufacturing* (CADAM) desenvolvido pela *Lockheed*, McDonnell Douglas da empresa *McAuto* (todos nos Estados Unidos da América) e o *software* CATIA desenvolvido por Marcel Dassault, em França [12].

Destaca-se a *Auto-trol*, uma das várias empresas que se cruzaram na história do CAD e CAE. A sua criação ocorreu na região de Denver, nos Estados Unidos e apresentou em 1962 o seu primeiro produto, um digitador fabricado na garagem do fundador da empresa, Bill Barnes. Nos primeiros anos, o *hardware* e o *software* desta empresa foram desenvolvidos para serem integrados com o digitalizador e *plotter* de mesa com os minicomputadores.

Em 1973, a *Hillman Trust* é comprada pela *Auto-trol*. Nesse mesmo ano, *Auto-trol* emergiu como um pioneiro na indústria de CAD com o ainda embrionário *Auto-Draft*, um dos primeiros sistemas de desenho gráfico. Ao longo da década de 1970, a indústria CAD expandiu-se a um ritmo elevado tal como a *Auto-trol*. Em 1979 esta tornou-se a primeira empresa a comercializar *softwares* técnicos utilizados para produzir desenho técnico complexo, necessário para os manuais de serviço, catálogos de peças e documentação de engenharia [1].

Fontaine Richardson foi um dos primeiros licenciados do programa de ciência da computação da Universidade de Illinois. Depois de concluir o curso foi para o MIT onde se juntou ao grupo Lincoln Labs. No verão de 1969, Richardson e três colegas deixaram Lincoln Labs e fundaram uma empresa para comercializar ferramentas informatizadas de projeto de engenharia elétrica. Estes chamaram à nova empresa Applicon que se posicionou para fornecer ao mercado quatro produtos: um para projetar máscaras de circuitos elétricos integrados, um para a simulação de circuitos digitais, um para análise de circuitos no domínio da frequência e um para análise de circuitos de microondas. Um cliente importante foi a empresa Matsushita no Japão que impulsionou o desenho de placas de circuito impresso e de circuitos híbridos. Mais tarde foi adicionado um pacote para projetos tridimensionais (principalmente para a indústria automóvel). A Applicon produziu muitos *softwares* no conceito de desenho interativo no ecrã, e quando Richardson deixou a empresa em 1980, esta é vendida à Schlumberger que a fundiu com a *Manufacturing Data Systems, Inc.* (MDSI).

A Computervision foi criada em 1969 para produzir sistemas CAD e CAE no mesmo ano, vendendo o seu primeiro sistema CAD comercial para a empresa Xerox [1]. Em 1978 a *Computervision* introduziu o primeiro terminal de CAD utilizando tecnologia de exibição rascunho. No final da década de 70, a *Computervision* tomou a decisão de construir o seu próprio computador. Uma vez que os novos sistemas de computador de 32 *bits* substituíram os antigos, a *Computervision* passou o desenvolvimento do seu *hardware* e *software* para a *Sun Microcomputers*. A *Prime Computer* comprou a *Computervision* e o seu *software* CAD para *mainframes* e *work-stations* em 1988. Logo após

a compra, a *Prime* teve alguns problemas financeiros que a levou ao cancelamento de projetos e redução de pessoal. Primeiro tentou adaptar o seu sistema ao computador UNIX, mas este sistema estava em vias de falência. A *VersaCAD Corp.*, anteriormente conhecido como *T & W Systems*, também foi comprada pela *Prime Computer, Inc.* Em 1997, *Computervision* foi comprada pela *Parametric Technologies*, tornando-se sua subsidiária. O *software* CADD5 entrou para o *Pro/Engineer* como uma oferta da empresa *Parametric*.

Em 1967, depois de deixar o cargo de professor na Universidade de Programa de Engenharia Mecânica de Cincinnati, Jack Lemon funda a *Structural Dynamics Research Corporation* (SDRC) para ajudar a resolver os problemas dos fabricantes. Na época, a *Computervision* e a *Applicon* eram os líderes de *software*, no entanto os seus esforços estavam concentrados na elaboração de *software* para o mercado 2-D. A ambição de Lemon era integrar desenho, análise de elementos finitos e testar o mercado de desenho técnico de produtos. Estes estavam entre os primeiros a integrar desenho 2-D e CAE. Este esforço gerou a necessidade de modelação sólida. Este foi o ímpeto por trás do *GEOMOD*, um produto que forneceu recursos para fazer a análise de forma mais eficiente e para aumentar a produtividade [1].

Na década de 1970 a *Ford Motor Company* e a *General Motors* começaram a usar *software* SDRC para análise de processos de pré e pós produção. A SDRC introduziu pela primeira vez o seu *software* I-DEAS em 1982. Desenvolvido pela secção de desenvolvimento de produto interno do SDRC, o I-DEAS foi criado para atender ao crescente mercado *Mechanical Computer-Aided Engineering* (MCAE).

Em 1975, *Avions Marcel Dassault* (AMD), mais tarde rebatizada como *Dassault Systèmes*, compra licenças de *software* da *Lockheed*, tornando-se um dos primeiros clientes CADAM. Em 1977, a AMD cedeu a sua equipa de engenharia para criar um programa tri-dimensional interativo, o precursor do *CATIA*. O seu principal avanço sobre o sistema CADAM foi a terceira dimensão. Em 1984 foram adicionados ao *CATIA* capacidades de edição e desenho, que lhe permitam funcionar de forma independente do CADAM. Em 1985, a versão 2 do *CATIA*, já contemplava, de um modo integrado, desenho e modelação sólida, tornando-se o líder em aplicações aeronáuticas. Em 1988, o *CATIA* (Versão 3) continha a funcionalidade AEC (*Architecture, engineering and construction*) e foi transposto para computadores baseados em UNIX da IBM, equipando cerca de 6 mil postos de trabalho. Desta forma o *CATIA* tornou-se o líder em aplicações para a indústria automóvel[1].

A década de 80 é marcada pelo uso da análise baseada em elementos finitos e o CAD poderem ser utilizados numa só plataforma com o objectivo de intervenção mínima por parte do utilizador. É neste momento que a geração de malha automática se inicia, tal como o crescente número tipo de elementos a ser utilizado. O desafio do desenvolvimento na altura era baseado em criar novos procedimentos matemáticos com o intuito de ser possível computacionalmente a realização de grandes problemas. A comunicação entre plataformas CAD é iniciada com a criação de ficheiros comuns entre *softwares*, tais como IGES e DXF.

No ano de 1982 apareceu a concorrente *Autodesk*, que se iniciou com o *software* *AutoCAD* 2-D (e *Inventor* mais tarde). Poucos anos mais tarde, em 1987/88, foi lançado o *Pro/Engineer* da empresa *Parametric Technology*, hoje, vulgarmente conhecido como *PTC Creo*.

Foi também na década de 80 que surgiram os primeiros computadores pessoais, de-

envolvidos pela IBM. Com este avanço tecnológico, várias empresas aproveitaram a necessidade do mercado e iniciaram de imediato o desenvolvimento de *softwares* CAD para utilização em computadores pessoais. Na Figura 2.3 é possível observar um dos computadores da IBM onde foi instalado o *AutoCAD*.



Figura 2.3: AutoCAD instalado num computador pessoal da IBM [1].

Na década de 90, devido às necessidades da indústria aeronáutica, a venda do *softwares* CAD aumentou exponencialmente, o que gerou uma guerra entre as grandes marcas que desenvolveram os *softwares* CAD como Dassault Systèmes, Parametric Technology, o Unigraphics e Autodesk.

Em 1993, após onze anos de crescimento contínuo, a SDRC introduziu o I-DEAS “*Master Series*”. Esta nova geração de produtos de *software* para automação de projeto mecânico foi completamente re-arquitetado. Os fabricantes de automóveis utilizavam basicamente o I-DEAS para projetar qualquer componente automóvel ou para a sua montagem. O produto provou ser valioso para a conceção de outros componentes dos automóveis, tais como motores, transmissões, componentes de *chassis* ou assentos. Apesar da indústria automóvel ser de onde provêm a maior parte dos utilizadores, o I-DEAS foi utilizado na indústria aeroespacial de defesa, eletrónica de produtos de consumo, equipamentos industriais e energia. Em 2001 foi lançada a notícia que a *Electronic Data Systems* (EDS) pretendia adquirir a totalidade dos ativos da SDRC. A EDS queria construir uma nova unidade de negócios em torno de SDRC na sequência da aquisição anterior prévia da UGS [1].

Em 1998, a *Dassault* adquiriu a empresa italiana *Matra Datavision*, criadores dos sistemas EUCLID para modelação de superfície de forma livre, controlo NC (*Numerical Control*) e simulação de moldagem por injeção. Os produtos EUCLID *Styler*, operador, *Strim* e *Strimflow* reforçaram o produto CATIA nestas áreas. Mais tarde, estabelecem parceria com a IBM como parceiro estratégico de negócios internacional.

Paralelamente foi fundada em dezembro de 1993, a *SolidWorks Corporation* que lançou o primeiro poderoso *software* de CAD 3-D disponível para um produto em ambiente nativo Windows. Foram lançaram novas linhas de produtos principais a cada ano desde 1995. Em 2004, o *software SolidWorks 2004* já equipava mais de 285 mil terminais de *software*. A *Solidworks* patenteou nos EUA o *SolidWorks FeatureManager*, que é agora a interface padrão encontrado em muitas das empresas que usam o CAD. A aplicação

CAD foi adquirida pela Dassault Systèmes, em 1997, por US\$ 300M. Hoje em dia a *SolidWorks* tem na sua carteira de clientes o mercado educacional e médico, tecnológico e de transporte, mercado industrial e científico.

Ao longo dos últimos anos, as grandes empresas foram cimentando a sua posição no mercado e melhorando as suas plataformas CAD e, ao mesmo tempo, integravam outras funcionalidades (por exemplo, a simulação) ou criando novas plataformas específicas para o efeito (por exemplo, o CAE).

2.2 Desenho assistido por computador (CAD)

O desenho técnico apareceu quando era necessário representar com exatidão máquinas, peças e outras ferramentas de trabalho em projetos de engenharia. O principal objetivo do desenho técnico é a precisão na representação em vistas das formas do modelo, de modo a permitir a modelação CAD do mesmo. Constitui, portanto, o único meio conciso, preciso e inequívoco para descrever a forma dos objetos.



Figura 2.4: Engenheiro usando o CAD [13].

O desenho técnico é uma parte muito importante numa organização que desenvolve novos produtos porque é uma ligação entre o departamento de desenvolvimento e a produção [14].

O desenho com padrões pré-determinados faz com que a informação seja rapidamente comunicada às pessoas que trabalham na fábrica. Por essa razão, em conjunto com o aumento do poder de processamento e a diminuição dos preços de computadores, no dia a dia, o número de profissionais que utilizam o CAD como uma ferramenta preponderante no trabalho está constantemente a aumentar. Muitos utilizadores de CAD usam o *software* para desenhos técnicos mas o poder de sistemas CAD permite a concepção de projetos através das representações em 3-D, como demonstrado na Figura 2.5, permitindo desta forma, que o modelo possa ser visto de diferentes formas, reduzindo a possibilidade de erros por incompatibilidade de constrangimentos.

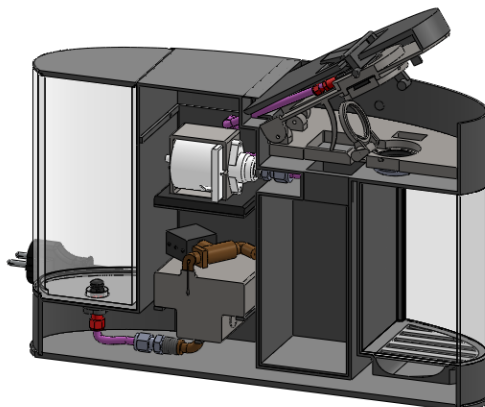


Figura 2.5: Desenho assistido por computador de um projecto de uma máquina de sumos.

Hoje em dia, existem vários programas de CAD que podem ser focados em diferentes objetivos. Existem dois tipos de perfis de modelação: a modelação por elementos sólidos e a modelação por elementos de superfície mas no caso de uma aplicação que combine estes dois tipos de modelação, denomina-se por modelação híbrida [15].

2.3 Engenharia assistida por computador (CAE)

O mercado competitivo de hoje em dia pretende um produto com qualidade, durabilidade e de confiança para o utilizador. Assim como uma resposta rápida em termos de estudo e execução dos novos produtos.

Num certo momento da investigação e do desenvolvimento de um novo produto é necessário estudar o comportamento do modelo que está a ser projectado. Isto acontece quando é necessário, por exemplo, prever o desempenho de uma suspensão de um veículo novo, ou de um quadro de bicicleta ou de um metal sujeito a cargas dinâmicas. A solução tradicional leva à construção de protótipos reais ou modelos à escala para serem testados em laboratório, com instrumentos de medição distribuídos estrategicamente no modelo por forma a fornecer informações como tensões, deformações, velocidade, forças, entre outros. No entanto, esta metodologia de construção e teste de vários protótipos geralmente leva mais tempo e recursos do que seria desejável e, por isto, esta não é uma solução ideal.

O atual estado de desenvolvimento tecnológico permite ao utilizador simular em computador situações físicas reais de uma forma muito completa, resultando em verdadeiros protótipos virtuais.

A necessidade de quantificar forças, tensões e deformações em estruturas de engenharia fez com que fossem desenvolvidos métodos numéricos e experimentais de análise estrutural. As técnicas experimentais mais usadas em análise de tensões em estruturas de engenharia mecânica são a extensometria, fotoelasticidade 2-D, 3-D e por reflexão e, mais recentemente, técnicas baseadas em holografia laser [16].

As técnicas experimentais referidas podem ser aplicadas na análise de estruturas, permitindo resultados mais próximos dos esperados com a estrutura em serviço. No entanto, os métodos numéricos de análise de tensão e deformação são, os mais utilizados na análise de problemas de engenharia.

As plataformas CAE mais comuns são baseadas no método de elementos finitos, usando um modelo para análise, como pode ser visualizado na Figura 2.6.

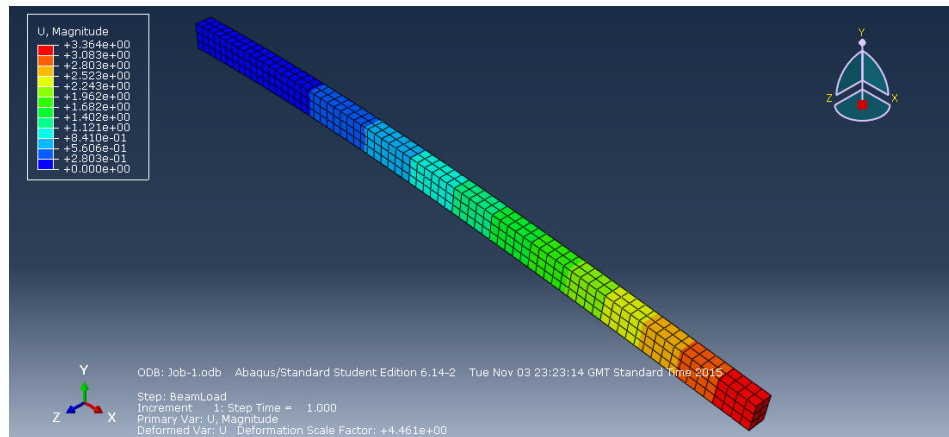


Figura 2.6: Modelo CAE.

2.4 Diferenças entre CAD e CAE

Hoje em dia existe uma variedade distinta de utilizadores de CAD que constroem protótipos. No entanto, o engenheiro deve ter a capacidade de desenhar um modelo de CAD e, ao mesmo tempo, de perceber como o modelo funcionará, de forma a otimizá-lo. Se o engenheiro tem a sensibilidade de como funcionará o modelo, haverá a capacidade de realizar uma simulação.

Comparando o CAD e o CAE, o primeiro é utilizado para criar ou gerar um modelo 3-D, enquanto que o segundo não é utilizado apenas para isso mas também para testar as características principais (tipo de material, força, etc.) utilizando os métodos da engenharia.

O CAE não é uma simples continuidade do CAD. Para modelar, é necessário ter algum conhecimento de como fazê-lo, por exemplo como criar um plano e como fazer uma extrusão, e na verdade, qualquer um que tenha algumas bases em desenho técnico e geometria 3-D no espaço, pode fazer isso. O CAE é diferente do CAD porque requer um conhecimento de física e de mecânica por forma a compreender e colocar todos os *inputs* corretos para a análise.

2.5 Processo ICROS

Atualmente, quanto mais rápido o desenvolvimento de novos produtos for, melhor, pois é o que é esperado pelos clientes. Porém, os custos de produção e desenvolvimento têm também que ser minimizados. Para corresponder a esses requisitos, várias análises são realizadas. Isto aplica-se a vários processos de produção e a um novo modelo de engenharia por meio de simulações reticuladas inteligentes (ICROS - *intelligent cross-linked simulations*). O processo ICROS [17], é um exemplo de um procedimento que poderá ser implementado numa organização com vista ao desenvolvimento e à produção de um novo produto, incluindo a escolha do material, o desenho da unidade de construção, a análise,

a simulação de produção e fabricação de protótipos. Deste modo, perceber-se onde o CAD e o CAE poderão ter um papel preponderante no processo de inovação de uma organização. O constante crescimento da implementação das plataformas de simulação leva à “obrigatória” integração destas ferramentas em todas as plataformas CAD.

O ciclo de vida dos produtos está cada dia a diminuir de forma mais rápida pois os consumidores exigem uma constante inovação desses produtos. Assim, o ciclo de vida do produto tem de se adaptar, o que significa que o desenvolvimento de novos produtos tem de ser acelerado. Esta exigência pode ser resolvida com o uso do CAE. Têm de ser tomadas decisões quanto à forma do produto mas também garantir que o produto satisfaz todas as exigências do mercado. Estes requisitos têm de ter por base uma sustentabilidade mecânica e garantir a sua fabricação industrial. Essa sustentabilidade mecânica é na maioria dos casos verificada pela análise. O processo ICROS pode ser demonstrado como na Figura 2.7.

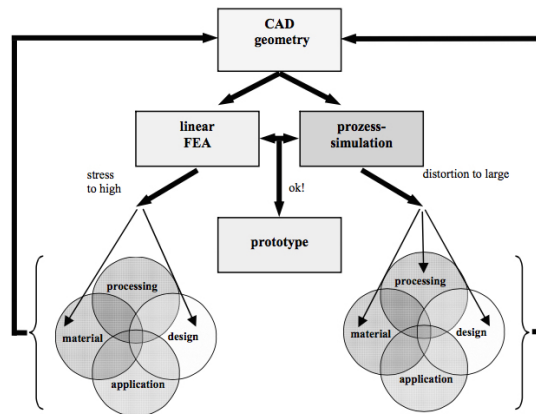


Figura 2.7: Processo ICROS [18].

Os resultados pretendidos da análise de elementos finitos são, principalmente, os deslocamentos e as tensões, resultantes das cargas e condições fronteira.

Para evitar possíveis erros com o uso do ICROS, deliniou-se um esquema [18]: depois de desenhado o modelo geométrico e analisado, simula-se a sua fabricação. Se todos os resultados forem satisfatórios, um protótipo pode ser produzido para estudos posteriores. Caso contrário, todo o processo deve ser refeito com as correções necessárias. Caso seja necessário alterar a geometria da peça, terá que se ter em conta, que todo o fabrico da peça terá que ser alterado.

Com o intuito de acelerar o desenvolvimento de um novo produto, usando o método ICROS, é recomendável que se inicie uma sequência de simulações com a análise linear estática, uma vez que isto requer o mínimo de tempo, em comparação com outras simulações.

2.6 Softwares

Nos dias de hoje, o *software* CAD tornou-se de tal forma importante que diversos módulos de análise foram integradas de modo a oferecer ao utilizador uma plataforma onde se poderá realizar a criação do modelo e sua posterior análise. A maior parte destes

módulos têm a possibilidade de realizar cálculos baseados no Método dos Elementos Finitos (MEF), para análises estruturais. Por outro lado, existem as plataformas CAE, especializadas em simulação numérica, usando na maioria o MEF.

O mercado obriga a que exista uma grande competição entre plataformas, fazendo com que as ferramentas de aquisição e módulos ou programas de integração possam ser adquiridas posteriormente. Quase todas as plataformas disponíveis realizam direta ou indiretamente a simulação numérica e, em particular, o cálculo estrutural utilizando o MEF.

É ainda de notar que as soluções obtidas da interação do módulo de análise nas plataformas CAD tendem a tornar-se cada vez mais acessíveis de tal forma que existe o risco que as mesmas não sejam utilizadas da forma mais correta e por serem mais limitadas. O facto de estas soluções serem, normalmente, mais limitadas em termos técnicos, comparando com as plataformas dedicadas ao CAE, pode gerar algumas dúvidas relativamente à aplicabilidade do *software*.

Nas próximas secções irá ser descrito e caracterizado cada um dos *softwares* utilizados neste estudo.

2.6.1 Autodesk Inventor

O *Autodesk Inventor*, criado em 1982, faz uso da modelação paramétrica, unindo sólidos 3-D. No início os utilizadores, começaram por desenhar peças que poderiam ser combinadas em conjuntos, já que era uma funcionalidade nova nos *softwares*.

O *Inventor* é uma ferramenta utilizada para projetar ferramentas mecânicas. É uma plataforma que oferece flexibilidade e rapidez na análise, simulação e representação do sistema mecânico. Tem ainda como característica principal o facto de ser híbrido, uma vez que permite a modelação tanto em superfícies como em sólidos. Este *software* permite ao utilizador minimizar o tempo necessário para obter a solução de diversos fenómenos físicos relevantes durante o processo de *design* [19].

Desde 2010, que o *Autodesk Inventor* integra a funcionalidade de simulação dentro da sua plataforma.

Para este estudo foi utilizado o *Autodesk Inventor Professional 2015*, versão estudante.

2.6.2 CATIA

O CATIA (*Computer Aided Three Dimensional Interactive Application*) é um programa que oferece novas soluções de *design*, sendo neste momento, dos mais utilizados no que diz respeito à modelação.

É um *software* CAD, produzido e desenvolvido pela *Dassault Systèmes*. Tem como o *Inventor* a característica de ser híbrido.

A primeira aplicação do *software* ocorre em 1977, tendo sido bastante importante na indústria e um dos mais poderosos e necessários *softwares* no mundo, devido à sua rapidez de modelação em 3-D. Este programa deu grande ênfase no trabalho com superfícies complexas, tornando possível trabalhar com superfícies de sólidos complexos através de ferramentas e opções que outros programas CAD não possuem [20].

A implementação do CATIA tem aumentado ao longo do tempo devido, principalmente, a dois fatores:

- O uso recorrente deste *software* pela indústria aeroespacial e automóvel;
- A popularidade do *software* leva os clientes a adquirir este *software*, com o intuito de conseguir ler os seus ficheiros. Existe a dificuldade em ler ficheiros de outras plataformas.

O programa foi também desenvolvido para providenciar um suporte desde a conceção à produção de produtos. Conta com diversas aplicações que abrangem todos os aspetos de produção, tal como CAD, CAE e CAM, que providenciam as funcionalidades necessárias para facilitar a cooperação industrial de qualquer tipo. Também a integração permite um maior suporte de manutenção do produto como um todo.

Para esta Dissertação foi utilizada a versão V5R20 do CATIA.

2.6.3 SolidWorks

O *SolidWorks* foi desenvolvido em 1993 e desde 1997 que tem sido comercializado pela *Dassault Systèmes*. Hoje em dia, é usado por mais de dois milhões de utilizadores e mais de 190 mil empresas [21].

Este *software* é uma solução completa, de modelação em 3-D, que integra diversas ferramentas avançadas por forma a facilitar a componente de modelação. Esta plataforma permite ao utilizador validar, gerir e comunicar projetos de forma rápida e precisa.

O *SolidWorks* é caracterizado pelo seu ambiente intuitivo e pelas suas ferramentas *user-friendly*. Tudo integrado num só programa de *design* com mais de 45 módulos adicionais de forma a facilitar o desenvolvimento dos projetos.

A característica que torna o *SolidWorks* uma ferramenta tão competitiva, ágil e versátil, é também o *Feature Manager* pois permite ao utilizador ver, editar, apagar e atualizar qualquer operação anteriormente realizada num modelo [22].

Em 2001 a *Dassault Systèmes* adquire a *Structural Research & Analysis Corporation* (SRAC). A plataforma *SolidWorks* passa assim a incorporar a simulação nas suas componentes principais de *design*. O *SolidWorks Simulation* providencia uma elevada amplitude de capacidades de simulação por forma a garantir a integridade do produto. Vai além da simulação básica, incluindo ferramentas para simulação não linear e respostas dinâmicas assim como cargas dinâmicas [23].

Para este trabalho foi utilizada a versão *SolidWorks Student Edition* para o ano académico 2014-2015.

2.6.4 Solid Edge

O *Solid Edge* é um *software* de modelação 3-D que contém módulos de CAD 3-D, desenhos técnicos, simulação com elementos finitos (esforços de análise mecânica), movimentos simulados, mecanismos simulados, *renderings* (disposição de produto num contexto real), entre outros.

O *Solid Edge* possui organizações de trabalho e modelação avançada que permite otimizar os projetos para soluções precisas [24].

Originalmente, foi criado e lançado em 1995 pela *Intergraph*. Porém, em 2007, a *Siemens* comprou este *software* por forma a completar com outras plataformas CAD. Para este estudo foi utilizada a versão 107 do *Solid Edge Academic*.

2.6.5 Abaqus

O *Abaqus* foi inicialmente lançado em 1978 mas apenas em outubro de 2005 é que a *Dassault Systèmes* adquiriu este *software*. É uma plataforma CAE baseado no MEF com o intuito de resolver problemas aplicados à engenharia. Este *software* oferece a possibilidade de realizar os mais variados tipos de simulações, desde uma simples análise linear até simulações complexas não lineares.

É uma plataforma dedicada à simulação, oferecendo uma extensa biblioteca de modelação de elementos finitos, permitindo que qualquer modelo geométrico possa ser analisado pelo utilizador. Tem ainda uma inúmera lista de modelos que simula o comportamento da maioria dos materiais usados nos dias de hoje, em diversos ramos da engenharia e da ciência. De forma adicional, o criador do programa *Simulia*, possui diversos manuais *on-line* de ajuda, contendo exemplos de problemas resolvidos através do programa, por forma a facilitar a sua aprendizagem [25]. Este *software* oferece ainda a possibilidade de solucionar problemas em diversos campos: estrutural, vibrações, som, fluidos, entre outros. Para esta Dissertação foi utilizada a versão *Abaqus/CAE Student Edition 6.14-2*, com a limitação de apenas realizar a análise até mil nós.

2.6.6 Autodesk Nastran

O programa original do *Nastran* foi lançado pela NASA em 1968, surgindo devido à necessidade da NASA de desenvolver um programa de análise de estruturas genéricas [26].

Depois do anúncio da aquisição do *software* *Noran Engineering, Inc.* (NEi) pela *Autodesk*, em maio de 2014, a empresa começou a integrar o programa *Nastran*, com módulos de elementos finitos.

O *Autodesk Nastran in-CAD* [27] é uma ferramenta normalmente utilizada para a integração da análise em sistemas CAD. É utilizado no programa CAD, sendo que a simulação oferecida estende-se por entre múltiplos tipos de análise, como por exemplo, a análise de esforços lineares e não lineares, simulação dinâmica e transferência de calor. O *Nastran* encontra-se disponível através de uma licença de *network*, servindo múltiplas plataformas CAD e providenciando uma experiência consistente ao utilizador, eliminando a necessidade de utilização de múltiplas tecnologias de simulação. Para esta análise foi utilizada a versão estudante de *Autodesk Nastran In-CAD 2015*.

2.6.7 CalculiX

O *CalculiX* [28] é uma plataforma *opensource*, tendo sido desenvolvido para resolver problemas dinâmicos e térmicos. O projecto de criação deste programa foi liderado pelos trabalhadores da *MTU Aero Engines* em Munique, na Alemanha.

Este *software* consiste em dois módulos separados, porém, completamente compatíveis. Enquanto que um se ocupa com o módulo de cálculo, baseado no *Abaqus*, o outro módulo é responsável pelo pré e pós-processamento de diferentes formatos: *Nastran*, *Abaqus*, *ANSYS*, *code-aster*, *Dolfyn*, *duns*, *ISAAC* e *OpenFOAM*. Para este trabalho foi utilizada a versão 2.7 do *CalculiX*.

2.7 Quadro resumo

Depois da explicação e caracterização de cada um dos programas utilizados neste trabalho, é possível realizar uma breve comparação entre os mesmos. Para cada um dos *softwares* irão ser sumarizados na Tabela 2.1 que tipo de elementos foram usados nas simulações.

Uma descrição mais pormenorizada dos elementos da Tabela 2.1 é realizada no Capítulo 3.

Tabela 2.1: Recomendação dos elementos

Plataforma	Elementos lineares				Elementos quadráticos			
	2-D/casca		3-D		2-D/casca		3-D	
	TRI	QUAD	TET	HEX	TRI	QUAD	TET	HEX
Abaqus	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
CalculiX	×	×	×	✓	×	×	×	✓
CATIA	✓	✓	✓	×	✓	✓	✓	×
Inventor	×	×	×	×	×	×	✓	×
Nastran AD	✓	✓	✓	×	✓	✓	✓	×
Solid Edge	✓	✓	✓	×	×	×	✓	×
SolidWorks	✓	×	✓	×	✓	×	✓	×

Sendo TRI, triangular, QUAD, quadrilátero, TET, tetraédrico e HEX, hexaédrico.

Capítulo 3

Modelação numérica

Existem diversos tipos de simulações passíveis de realizar, sendo que neste trabalho se utilizou o mais comum, o Método dos Elementos Finitos (MEF) [29]. Este é o método utilizado no presente trabalho, sendo que, o mesmo tem por objetivo caracterizar as ações do objeto em estudo, de modo a obter uma distribuição de tensões, deformações ou deslocamentos.

Iniciou-se este trabalho com uma revisão sobre as plataformas CAD (*Computer Aided Design*) e CAE (*Computer Aided Engineering*) usadas no mesmo. Depois, é necessário perceber de que modo se irá analisar o modelo geométrico e os cuidados a ter na sua simulação, tema esse que será abordado neste capítulo.

Neste capítulo serão assim descritas as técnicas utilizadas na modelação das estruturas e os cuidados a ter para melhor definição do modelo para posterior simulação. É também descrito a discretização baseada no MEF, as patologias inerentes aos elementos existentes e os problemas que servirão de referência nesta Dissertação.

3.1 Introdução

As simulações estão cada vez melhor implementadas nas plataformas comerciais e são cada vez mais utilizadas numa ampla gama de indústrias. Inicialmente, a análise foi utilizada para comprovar a falha de um determinado produto e quais as correções necessárias para evitar as mesmas, já que a prioridade era a construção de protótipos reais. Atualmente, utiliza-se esta ferramenta por forma a otimizar um projeto desde o seu início até ao momento anterior à sua produção.

3.2 Método de elementos finitos

Ray Clough é autor da primeira referência, no ramo da Engenharia, a enunciar a designação de método dos elementos finitos, em 1960, para a análise de problemas de elasticidade em estado plano de tensão, desenvolvendo para tal um procedimento sistemático que estão na base da implementação do MEF, hoje em dia [30].

O trabalho de Courant, em 1943, apresenta exemplos de metodologias para discretizar em meios contínuos com elementos triangulares, de modo, a resolver numericamente problemas [31]. No ano de 1959, Greenstadt, determina a solução de funções matemáticas através da discretização do domínio das funções em subdomínios contíguos. As soluções

de cada subdomínio são compatibilizadas entre si devido às condições de continuidade existentes entre as mesmas [32].

O trabalho de Turner sistematiza e descreve os primeiros elementos finitos, embora não se tenha recorrido a essa denominação, em 1956 [33]. Os elementos desenvolvidos são três: elemento triangular, quadrilátero e rectangular. O elemento triangular é baseado em três componentes constantes do tensor das deformações e outros três modos de deformação do corpo rígido, na análise de problemas planos. Estas seis componentes de deformação são expressas em 6 graus de liberdade do elemento que não são mais que os deslocamentos nos nós do elemento. O elemento quadrilátero é obtido com a inclusão de um nó virtual interno, de modo, a realizar uma divisão do elemento quadrilátero em quatro elementos triangulares. O elemento rectangular é baseado em cinco componentes do tensor das tensões, sendo que este elemento com quatro nós não apresenta continuidade em termos das suas funções de interpolação.

Até à década de 60, era apenas possível resolver problemas estruturais porém, em 1965 e 1967, Zienkiewicz e Cheung, desenvolveram um MEF generalizado para outros ramos da engenharia [34; 35]. Foram realizadas abordagens em outras aplicações através da minimização da energia potencial total de um sistema genérico, alargando desta forma a aplicabilidade do MEF.

3.3 Base do método de elementos finitos

O método de elementos finitos divide o modelo (domínio) em subdomínios (elementos) ligados por nós (por norma localizados nos vértices dos elementos). Este processo é denominado por discretização ou geração de malha. É de notar que os nós têm propriedades que são compartilhadas com os elementos a que são ligados.

Depois da definição dos nós é necessário escolher quais as funções que os interligam. Tipicamente usam-se funções polinomiais, uma vez que garantem a continuidade da análise em todo o seu domínio. As funções polinomiais dependem do tipo de elemento usado na análise [29; 36; 37]. Embora nesta Dissertação este método vá ser usado para caracterizar a ação de um modelo restringido a condições fronteira, o método é usado de forma geral, podendo ser usado em diferentes tipos de problemas, como por exemplo, estudo de sistemas de vibração, análise do comportamento dos materiais, resolução de problemas de condução de calor e mecânica dos fluídos, eletricidade e magnetismo, impacto, material de deformação plástica, estruturas metálicas e/ou não-metálicas, dimensionamento de grandes estruturas (barragens, pontes, etc.), hidráulica e aerodinâmica, entre outros.

Como explicado anteriormente, o MEF transforma um modelo genérico numa malha de elementos que podem ter diferentes formas. Tendo conhecimento desta situação, é possível obter elementos quadriláteros ou triangulares para problemas com elementos do tipo casca e tetraédricos ou hexaédricos para problemas com elementos sólidos.

3.4 Implementação da análise

Existem diversas possibilidades de realizar uma análise de elementos finitos [38], que sendo um método matemático, consiste em determinar a ação específica de um componente. É utilizado principalmente em problemas para o qual não há uma solução

expressa matematicamente. É ainda considerado um método numérico e não um método analítico.

Se é pretendido o uso de um *software* CAE para simulação, uma das possibilidades consiste em importar o modelo geométrico, proveniente do CAD. Este processo de importação apenas deve ser feito após terem sido realizadas todas as modificações no modelo. É de notar que é possível modelar no CAE mas não sendo o enfoque principal existem limitações devido às funcionalidades serem básicas. Por esse motivo, às vezes, existe a necessidade de modelar o modelo no CAD e importá-lo para o CAE para posterior análise.

Uma outra possibilidade é através dos módulos de elementos finitos integrados nas plataformas CAD, permitindo uma melhor gestão do tempo, uma vez que a etapa de importação é desnecessária. Outra vantagem da utilização deste processo é que o utilizador pode fazer a simulação na mesma plataforma de onde foi realizado o CAD. Além disso, existe o fator financeiro, pois as licenças para módulos de análise integradas são geralmente de custo menor do que os do *software* de análise independente (CAE), que muitas vezes cobram mais, devido a uma ampla gama de aplicações.

Outra vantagem útil de soluções integradas é que o utilizador só terá que lidar com uma interface gráfica dentro da plataforma, o que significa que o mesmo não terá que se familiarizar com outras interfaces.

Muitos dos sistemas CAD incluem módulos de análise integrados que normalmente o utilizador não tem conhecimento sobre a teoria inerente ao processo de análise. As questões que surgem após a realização da análise é de que forma os resultados poderão ser significativos e se estes são de confiança, ou ainda, se fazem sentido. Porém, este é capaz de usar a plataforma tendo uma compreensão básica do processo de uma análise. Outra comparação que pode ser efetuada é com base nos diferentes tipos de elementos que podem ser usados dentro das plataformas.

3.4.1 Discretização do modelo

Anteriormente, a construção de um modelo para ser alvo de análise era longa e tediosa. Os atuais *softwares* CAD e programas de análise têm a importante funcionalidade de comunicar entre si, por forma à geometria CAD tornar-se num ponto de partida para a realização deste tipo de análises. A passagem de um modelo CAD para um programa de análise realiza a conversão da geometria do modelo numa malha. A geometria CAD usada para análise deve garantir a possibilidade da criação da malha em elementos finitos. Por sua vez, a criação da malha com esses elementos, pode gerar, algumas alterações na forma do modelo.

A transição de uma geometria CAD para um programa de análise, tem modificações típicas a realizar sobre o modelo matemático, incluindo a remoção de detalhes desnecessários, a idealização (representação de uma parede fina por uma superfície) e a “limpeza” da geometria.

Deste procedimento obtém-se um modelo, sendo possível realizar a sua discretização em elementos. Indicam-se as propriedades do modelo, possíveis cargas e condições fronteira de modo a realizar a simulação pretendida.

Enquanto que a geometria CAD tem sólidos, superfícies, linhas e vértices, o mesmo não acontece com a geometria do modelo para análise pois esta apenas tem elementos e nós.

As formulações matemáticas definem o comportamento dos elementos e a conectividade dos elementos aos nós. A malha, por sua vez, define a localização dos nós e dos elementos. Desta forma é possível obter uma geometria de análise quase idêntica à forma de um modelo CAD. Deve-se assim ter a sensibilidade de perceber qual o tipo de elemento que deve ser usado para gerar uma malha para posterior análise.

Na Figura 3.1 é apresentado um exemplo de uma discretização de uma viga em elementos hexaédricos.

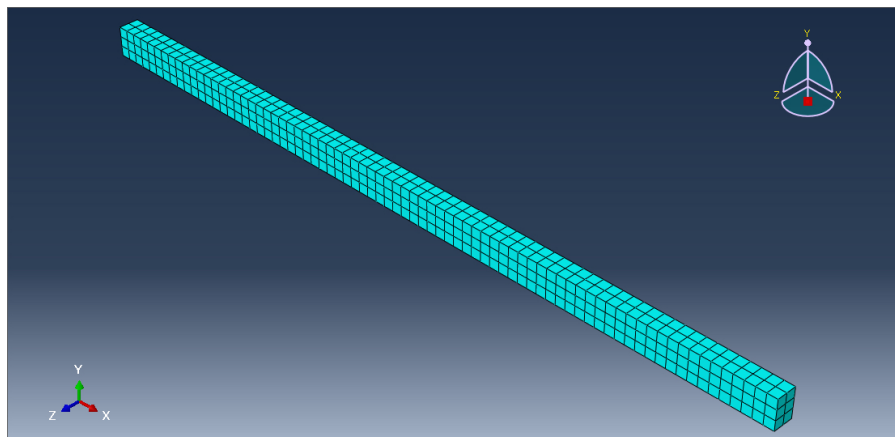


Figura 3.1: Discretização de uma viga em elementos hexaédricos no *Abaqus*.

3.4.2 Elementos

A formulação dos elementos implementados no processo de discretização depende do tipo de geometria da malha, do tipo de análise pretendida, e às vezes das preferências do utilizador que realiza a análise.

Os elementos podem ser caracterizados pela família, pelo número de nós, pela quantidade de graus de liberdade, pela sua formulação e integração. A família é a categoria mais amplamente utilizada para classificar os elementos e neste trabalho serão usados elementos bidimensionais e tridimensionais. Cada elemento tem nós que determinam os graus de liberdade nodais que vão ser interpolados ao longo do domínio do elemento. Os elementos podem ser de primeira ordem (linear) ou de segunda ordem (quadrática) de interpolação, entre outros. As primeiras variáveis que existem nos nós de um elemento são os graus de liberdade que analisam, por sua vez, os campos de deslocamentos [39].

3.4.3 Elementos lineares e quadráticos

Os elementos podem ser de primeira ou de segunda ordem em análise bidimensional ou tridimensional. Os elementos triangulares e quadriláteros são utilizados para a análise bidimensional, os elementos triangulares e quadriláteros do tipo casca para análise de superfícies tridimensionais, e os elementos tetraédricos e hexaédricos são utilizados para análise de sólidos.

Todos os elementos lineares apenas têm nós nos vértices dos elementos. Porém, os elementos quadráticos, para além de apresentarem nós nos vértices dos elementos, têm um outro nó nas arestas no elemento.

Em problemas de flexão, os elementos de segunda ordem proporcionam, de um modo geral, uma maior precisão nos resultados quando comparados com os de primeira ordem [39].

Nas Figura 3.2 e 3.3, pode observar-se o elemento linear quadrilátero com quatro nós e o elemento quadrático quadrilátero com oito nós.

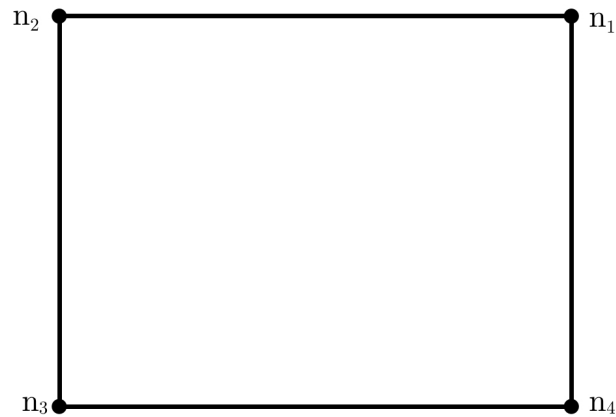


Figura 3.2: Elemento (2-D) linear quadrilátero com quatro nós.

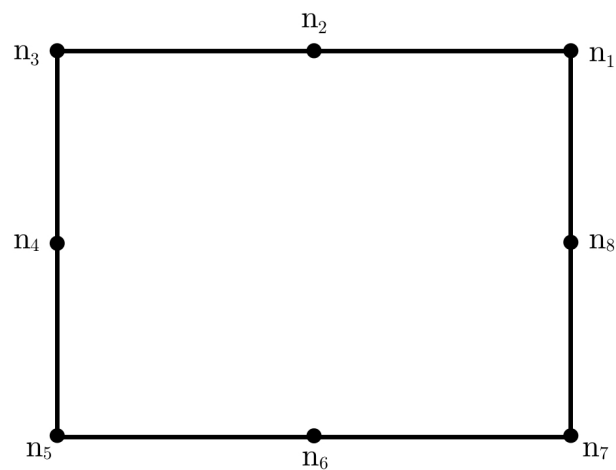


Figura 3.3: Elemento serendipítico (2-D) quadrático quadrilátero com oito nós.

3.4.4 Integração total e reduzida

A integração total e a integração reduzida são usadas em algumas plataformas por forma a obter em determinados testes uma maior precisão dos resultados.

A integração total está associada ao grau de interpolação mínimo requerido para que a integração numérica produza os mesmos resultados que a integração analítica original

do elemento. Um outro ponto que merece ser aqui mencionado é o facto de, na prática, muitas vezes serem utilizados propositadamente uma integração de ordem inferior, isto é, integração reduzida que é uma das primeiras técnicas utilizadas para aumentar a flexibilidade dos elementos finitos, diminuindo o excesso de rigidez [29]. A integração reduzida em elementos quadriláteros e hexaédricos usa uma ordem de integração inferior, ou seja, usa menos um ponto de integração em cada sentido, quando comparados com os elementos de integração total. A integração reduzida, reduz o tempo de processamento na análise, especialmente quando se usam elementos sólidos. Por exemplo, um elemento hexaédrico de 2^a ordem com integração completa tem vinte e sete pontos de integração, enquanto que com a integração reduzida tem apenas oito, sendo assim, a computação de integração total é 3,5 vezes mais caro quando comparado com a integração reduzida [39].

Os elementos quadráticos de integração reduzida por norma oferecem melhores resultados que os elementos de 2^a ordem com integração total. No entanto, para o caso de elementos de primeira ordem, com integração total *versus* integração reduzida, a qualidade dos resultados obtidos está diretamente relacionada com a natureza do problema em si [39].

O termo patologia nos elementos finitos [40] surgiu aquando da utilização da integração total ou reduzida. Na Figura 3.4, é possível observar elementos com integração completa e reduzida, com interpolação de primeira ou de segunda ordem.

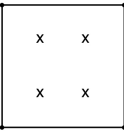
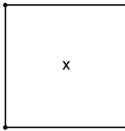
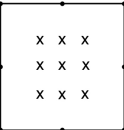
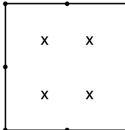
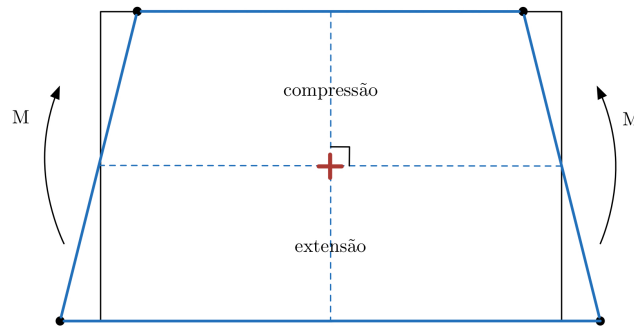
	Integração total	Integração reduzida
Interpolação linear		
Interpolação quadrática		

Figura 3.4: Elementos com integração completa e reduzida, com interpolação de primeira e de segunda ordem.

Hourglassing

Hourglassing é um problema que ocorre com elementos lineares com integração reduzida [39]. Uma vez que os elementos têm apenas um ponto de integração, é possível que deformem de tal forma que as deformações calculadas nos pontos de integração sejam todas zero, o que, por sua vez, leva à distorção descontrolada da malha, tomando esta valores irreais.

Na Figura 3.5, é possível observar o fenómeno do *hourglassing*.

Figura 3.5: Fenómeno de *hourglassing*.

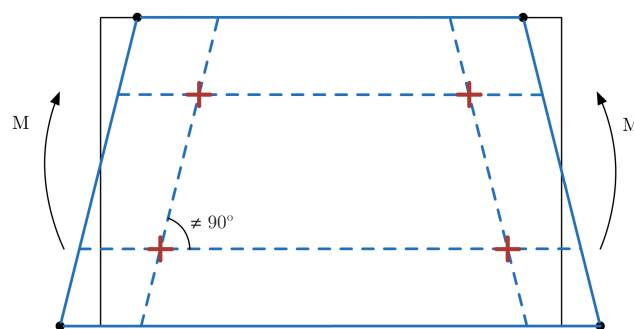
Os elementos de primeira ordem com integração reduzida são recomendados quando se espera que existam gradientes de tensões ou de deformações muito elevados. Os elementos de segunda ordem com integração reduzida não sofrem de *hourglassing* e são recomendados em casos onde se espera uma solução regular, sem grandes preocupações de flexibilidade [41].

Shear and volumetric locking

Quanto aos elementos de integração completa, estes podem sofrer de *shear* ou *volumetric locking*.

Shear locking ou travamento por corte ocorre em elementos lineares com integração completa que são submetidos a flexão. A formulação numérica dos elementos dá origem a deformações de corte que na realidade não existem e por isso é que são chamadas de deformações "parasitas". Por conseguinte, estes elementos são demasiado rígidos em flexão, em particular se o comprimento do elemento é da mesma ou de maior ordem de grandeza que a espessura do modelo [41]. Estes elementos tendem a "travar" em problemas flexão porque existe uma desproporcionalidade grande entre tensão de corte com a energia de deformação, aumentando a rigidez do modelo.

Na Figura 3.6 é demonstrado um exemplo do fenómeno de *shear locking*.

Figura 3.6: Fenómeno de *shear locking*.

Volumetric locking ou travamento volumétrico ocorre em elementos com integração completa e quando se está perante um material com comportamento (quase) incompressível. Os elementos não conseguem garantir que a deformação volumétrica seja nula,

levando a uma sobre-estimação dos valores de rigidez relacionados com a deformação volumétrica, ou seja, deslocamentos obtidos de (quase) zero.

3.4.5 Elementos bidimensionais e tridimensionais

Os elementos bidimensionais são usados em estruturas com carregamentos que induzem estados planos de tensão ou deformação. Este tipo de estruturas são passíveis de ser analisados recorrendo à análise bidimensional. Os elementos tridimensionais são usados, quando a análise não é passível de ser realizada por elementos bidimensionais (2-D). Caso, sejam aplicadas forças ou se pretenda calcular valores nodais em 3 direções distintas, implicam o uso imediato de elementos tridimensionais (3-D). Os elementos do tipo casca são usados para refinar superfícies e/ou modelos que apresentem paredes finas, ou seja, uma das dimensões (espessura) é substancialmente inferior às restantes dimensões. Estes elementos têm um comportamento estrutural distinto do reproduzido nos elementos tridimensionais [29]. Os elementos do tipo casca não têm uma espessura definida, tendo essa informação que ser fornecida à plataforma aquando da definição do modelo, antes da análise, pelo utilizador.

Certas plataformas suportam o uso de elementos bidimensionais, tridimensionais ou casca. O tipo de elemento utilizado na discretização do modelo deve depender do objetivo principal da análise. A natureza da geometria, o material, as formas e condições fronteira determinam o tipo de elemento a ser usado. Por exemplo, para analisar uma placa metálica de espessura constante sujeita a cargas no plano, podem ser usados elementos bidimensionais ou tridimensionais. Para a análise da deformação de um quadro de uma bicicleta, já podem ser usados os elementos sólidos ou casca.

Nas Figuras 3.2 e 3.7 são representados, respectivamente o elemento bidimensional linear quadrilátero com 4 nós e o elemento tridimensional quadrático hexaédrico com 20 nós.

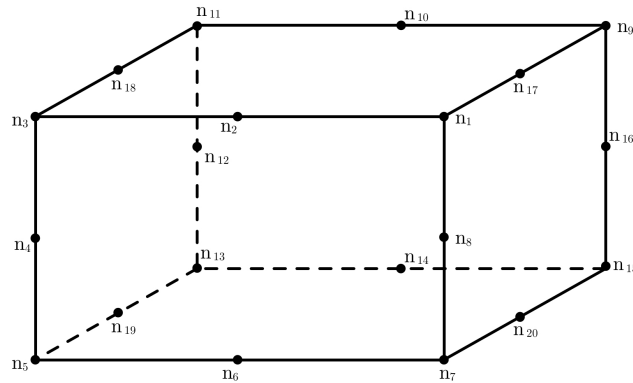


Figura 3.7: Elemento (3-D) quadrático hexaédrico com 20 nós.

Elementos triangulares e tetraédricos

Os elementos triangulares e tetraédricos são geometricamente versáteis e são utilizados em muitos algoritmos automáticos de geração de malha. É assim recomendável discretizar um modelo com uma forma complexa com elementos triangulares ou tetraédricos.

Estes elementos são menos sensíveis à forma do modelo, no caso de discretização de uma estrutura rectangular, podendo realizar ligeiras alterações à forma inicial do modelo, ao contrário de outros elementos [41]. Em termos de geração de malha qualquer modelo pode ser discretizado recorrendo a elementos triangulares ou tetraédricos.

A desvantagem das formulações baseadas em elementos triangulares, nomeadamente quando se recorre a elementos de três nós, prende-se com a baixa acuidade dos resultados obtidos quando comparados com o desempenho de elementos finitos quadriláteros de quatro nós. O elemento tetraédrico, tal como o seu parente bidimensional triangular, tem associado algumas simplificações na descrição dos campos de deformações e de tensões. Consequentemente, o elemento tetraédrico tende a apresentar menor exactidão em problemas complexos, exigindo, consequentemente, malhas de elementos finitos mais refinadas [29].

Nas Figuras 3.8 e 3.9, é possível visualizar o elemento linear triangular com 3 nós e o elemento linear tetraédrico com 4 nós, respetivamente.

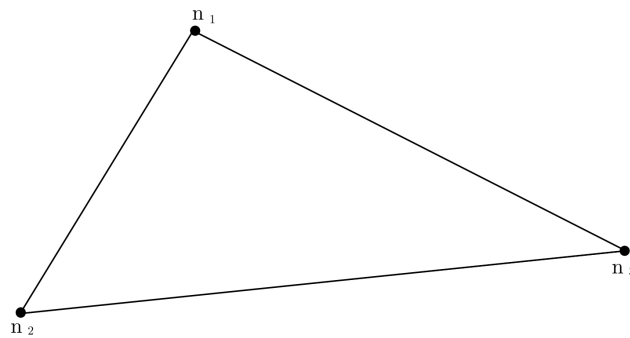


Figura 3.8: Elemento (2-D) triangular linear com 3 nós.

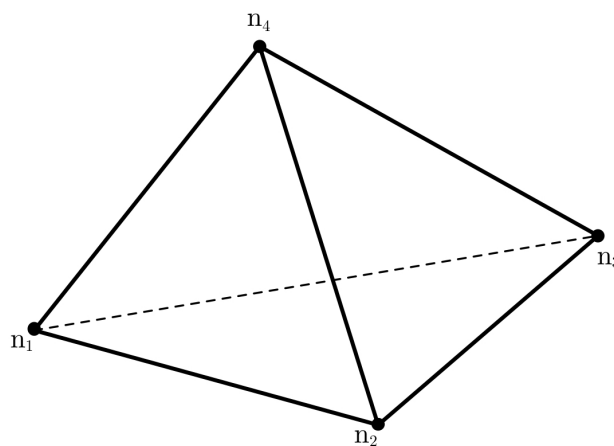


Figura 3.9: Elemento (2-D) tetraédrico linear com 4 nós.

Elementos quadriláteros e hexaédricos

Os elementos quadriláteros e hexaédricos devem ser utilizados na maioria das situações e sempre que possível pois oferecem ao utilizador os melhores resultados com uma malha grosseira e com menor custo computacional possível. Os hexaédros são mais utilizados quando se pretende um resultado fiável em problemas que envolvam cargas. Estes elementos apresentam uma taxa de convergência melhor nos resultados que os elementos triangulares e tetraédricos [29].

Os elementos quadriláteros e hexaédricos de segunda ordem proporcionam uma maior precisão nos resultados quando comparados com os elementos de primeira ordem, para problemas regulares que não envolvam condições complexas de contacto, impacto ou grandes distorções. Os elementos quadriláteros quadráticos capturam as concentrações de tensão de forma mais eficaz e são melhores para modelar uma superfície curva com um menor número de elementos. Estes elementos de segunda ordem são muito eficazes em problemas de flexão [41].

Nas Figuras 3.2 e 3.10 são apresentados o elemento quadrilátero linear com 4 nós e o elemento hexaédrico linear com 8 nós.

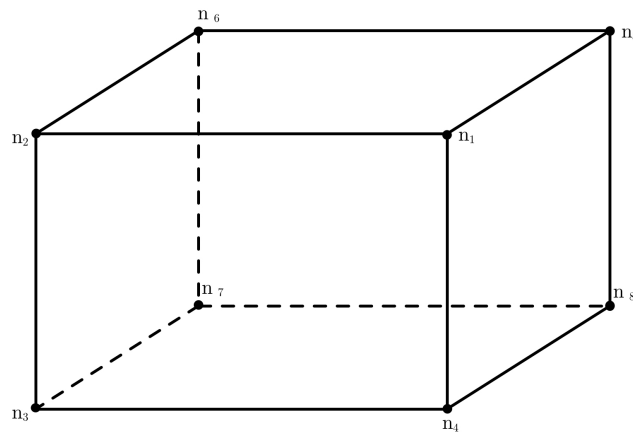


Figura 3.10: Elemento (3-D) hexaédrico linear com 8 nós.

3.4.6 Elemento triangular e tetraédrico modificado

Os elementos triangulares e tetraédricos modificados são alternativas aos elementos triangulares e tetraédricos lineares. Estes elementos também são recomendados em análises que envolvam impacto, materiais incompressíveis e em análises que exijam grandes distorções do elemento. No caso de se usar um gerador de malha automático, é recomendado o uso do elemento modificado. Se o contacto estiver presente na análise, deve ser utilizado o elemento tetraédrico modificado.

Estes elementos têm um travamento por corte ou volumétrico quase nulo e possuem uma propriedade de pressão constante que não existe nos elementos quadráticos triangulares e tetraédricos convencionais [41].

3.4.7 Elemento híbrido

Os elementos híbridos são utilizados quando o material do modelo é caracterizado por ser incompressível ou quase incompressível, de modo a evitar o travamento volumétrico.

Os elementos híbridos introduzem uma tensão hidrostática como uma variável adicional desconhecida, calculada ao mesmo tempo que o campo dos deslocamentos, permitindo que os termos rígidos sejam removidos do sistema de equações. Estas variáveis extras tornam, porém, o elemento mais caro computacionalmente [41].

3.4.8 Elemento modo incompatível

Os elementos de modo incompatível são formulados de modo a que a curvatura do modelo seja melhor representada. O modo incompatível adiciona graus de liberdade virtuais de modo a melhorar o comportamento à flexão. Para além de graus de liberdade virtuais, modos de deformação interna incompatível são adicionados aos elementos. A adição dos graus de liberdade elimina as tensões de corte parasitas, que são a razão pela qual os elementos de primeira ordem são tão rígidos à flexão [41].

Devido à adição de graus de liberdade virtuais ser igual ao número de graus de liberdade em cada nó, estes elementos são de alguma forma mais caros computacionalmente do que os elementos regulares. No entanto são significativamente mais económicos do que elementos de segunda ordem, para além, de terem a possibilidade de oferecer uma melhor qualidade de resultado.

3.5 Exemplos

É importante seleccionar o elemento correcto para determinada aplicação. A escolha de um elemento pode variar, considerando as seguintes características dos elementos [41]: primeira ou segunda ordem; integração completa ou reduzida; quadriláteros/hexaédricos ou triangulares/tetraédricos; ou de modo modificado, híbrido, ou incompatível. Ao ter em conta todos estes aspetos, deverá ser escolhido o elemento que oferece o melhor resultado, para uma determinada análise. Para testar a precisão dos elementos é necessário o uso de um conjunto de problemas com diferentes condições, de modo a perceber a resposta específica de um determinado elemento. Nestes testes, não se pretende testar o custo computacional pois é considerado irrelevante.

O uso da análise de elementos finitos depende, linearmente, da precisão que os resultados dos elementos nos fornecem. A precisão da análise dos elementos finitos precisa de ser a principal preocupação para os utilizadores que trabalham na análise de elementos finitos. A verificação da exatidão dos elementos finitos por testes independentes e para a comparação de resultados de elementos finitos começa a tornar-se amplamente reconhecida.

É assim necessário um conjunto padrão de problemas referência para testar a precisão dos elementos finitos em diferentes plataformas [42; 43; 44; 45]. Sendo assim, ao longo deste trabalho, irão ser apresentados “*Benchmark Problems*” uma vez que estes problemas de referência indicam os resultados esperados.

A convergência de malha nas diferentes plataformas é comparada com os valores esperados a partir dos problemas referência.

No capítulo seguinte apresentam-se todos os problemas de referência, sendo também apresentados todos os resultados de convergência de malha nas diferentes plataformas.

Capítulo 4

Problemas referência

Neste capítulo são apresentados problemas tipo que foram selecionados com o intuito de testar o desempenho das plataformas anteriormente apresentadas no que diz respeito à análise de elementos finitos. Em todos os problemas tipo é usado o menor número de nós possível para cada uma das situações. A partir desse ponto, refina-se a malha, aumentando-se para tal o número de nós da análise. Após a verificação do desempenho de cada um dos *softwares*, é realizada a discussão dos resultados obtidos para cada um dos problemas.

4.1 Introdução

Os módulos de análise integrados no CAD (*Computer Aided Design*) e as plataformas CAE (*Computer Aided Engineering*) foram usadas neste estudo para avaliar o desempenho das soluções integradas em comparação com as dedicadas à simulação.

Neste capítulo será dada ênfase a problemas onde o valor a retirar das simulações é o do deslocamento. Em primeiro será construído o modelo. De seguida, define-se o mesmo e apenas depois é que irá ser realizada a análise pretendida. O refinamento da malha realizado, com o intuito de se obter uma curva de convergência é realizado com variação da dimensão do elemento e o modo de geração da malha é o padrão de cada plataforma.

Todos os problemas apresentados encontram-se no sistema internacional de unidades pelo que não é feita qualquer referência a unidades.

4.2 Viga encastrada

A viga encastrada tem como principal análise o valor do deslocamento vertical da viga no eixo Oz . Este é um problema em estado plano de tensão, em caso de análise com elementos bidimensionais e é frequentemente utilizado pois é de fácil formulação e modelação [42]. O valor do deslocamento pretendido é calculado no eixo onde a força é aplicada, ou seja, na extremidade livre, como pode ser visualizado na Figura 4.1.

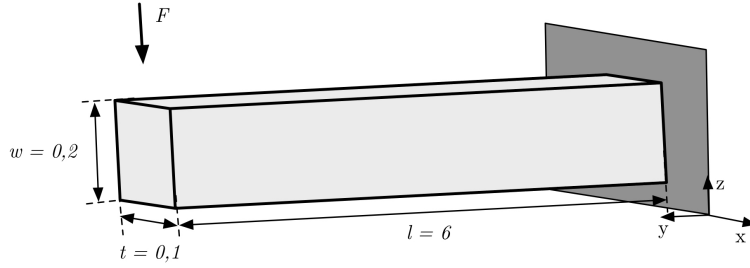


Figura 4.1: Viga com uma força pontual aplicada na extremidade livre.

A taxa de convergência do valor do deslocamento é simulado para a viga com as seguintes dimensões: comprimento (l) de 6, largura (w) de 0,2 e espessura (t) de 0,1. Sendo um material isotrópico, temos: módulo de Young (E) de 1×10^7 e coeficiente de Poisson (ν) de 0,3. A carga aplicada na extremidade livre (F) é considerada unitária.

Para se obter a taxa de convergência, é necessário ter um valor de referência para posteriormente ser feita a comparação. O valor do deslocamento vertical no eixo Oz é calculado através da Equação 4.1,

$$\delta_{max} = \frac{Fl^3}{3EI} \quad , \quad (4.1)$$

sendo

$$I = \frac{tw^3}{12} \quad . \quad (4.2)$$

Aplicando a equação 4.1 e tendo como valores de referência os anteriormente apresentados, o deslocamento axial é de 0,108.

Como referido anteriormente, o problema foi modelado em todos os *softwares* para a análise de convergência do valor do deslocamento, com elementos triangulares e quadriláteros para o caso bidimensional e tetraedros e hexaédros para o caso tridimensional. Todos estes pares de elementos foram analisados na sua 1ª e 2ª ordem, sempre que possível.

Os resultados do deslocamento com o aumento do número de nós, usando os elementos lineares triangulares podem ser observados na Figura 4.2.

Através da análise da Figura 4.2, verifica-se que na generalidade das plataformas, o elemento triangular linear apresenta alguma rigidez à flexão. Percebe-se que o seu uso necessita de refinamento de malha de modo a aproximar-se do valor teórico. Em alguns casos, os elementos triangulares com refinamento de malha, poderão oferecer melhores resultados comparativamente aos elementos quadriláteros, uma vez que apresentam uma geração de malha livre (ao invés da malha estruturada dos quadriláteros), evitando dessa forma problemas de *shear locking* (que apenas têm a possibilidade de ocorrer no caso de uma malha grosseira).

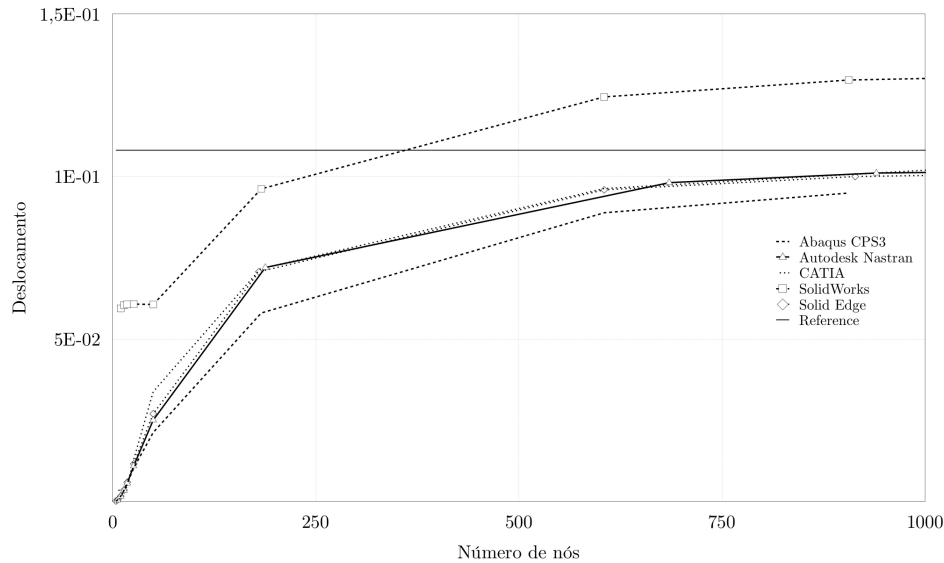


Figura 4.2: Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares lineares.

Os elementos lineares quadriláteros utilizando uma malha grosseira, oferecem melhores resultados no que diz respeito ao seu desempenho e ao comportamento de convergência, o que é verificável através de comportamentos idênticos entre plataformas, como poderá ser observado na Figura 4.3.

Analisando a Figura 4.3 e comparando os elementos lineares triangulares e quadriláteros, estes últimos têm uma melhor taxa de convergência que pode ser observada, comparando as Figuras 4.2 e 4.3. Como é possível observar, o *Abaqus* é a plataforma onde existe grande diversidade de elementos e respetiva biblioteca de formulações. Observa-se e verifica-se neste exemplo que os elementos com o modo incompatível têm um melhor comportamento à flexão. Relativamente a esta plataforma, o único elemento com formulação com o modo incompatível (CPS4I), dentro dos elementos bidimensionais, é o quadrilátero de 1ª ordem. Sendo assim, este é o que melhor resultados apresenta, uma vez que oferece um melhor nível de relação de convergência com o menor número de nós possível. Quanto aos elementos quadriláteros de 1ª ordem, verifica-se que relativamente outros *softwares* (*Autodesk*, *Catia* e *Solid Edge*) existe um comportamento idêntico ao *Abaqus*, podendo-se assim suspeitar da existência de algum tipo de formulação de modo incompatível do elemento.

Por forma a sustentar o raciocínio anteriormente desenvolvido, comparou-se o comportamento do modo incompatível com as outras formulações (total e reduzida), resultados esses que podem ser observados na Figura 4.4.

É possível verificar através da Figura 4.4 que o elemento quadrilátero linear com integração total (CPS4) possui deficiências na rapidez de convergência pois sofre de *shear locking*, ao invés da integração reduzida (CPS4R) que, por sofrer de *hourglassing*, necessita de refinamento da malha (recomendável para quando o elemento tem uma dimensão 4 vezes superior ao valor da sua espessura) para que os valores adquiram o valor esperado, pois, caso contrário a estrutura é considerada demasiado flexível à deformação pois toma valores de deslocamento irrealistas.

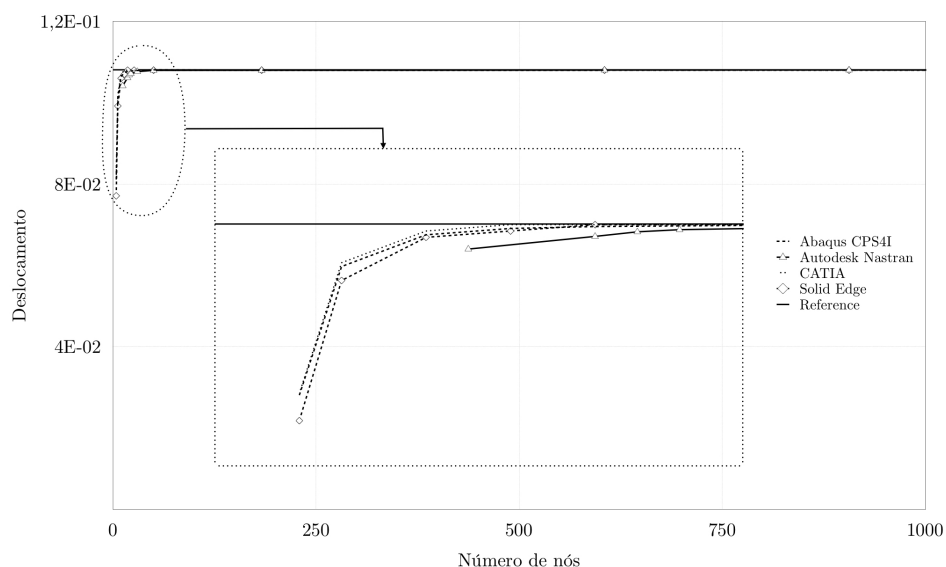


Figura 4.3: Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros lineares.

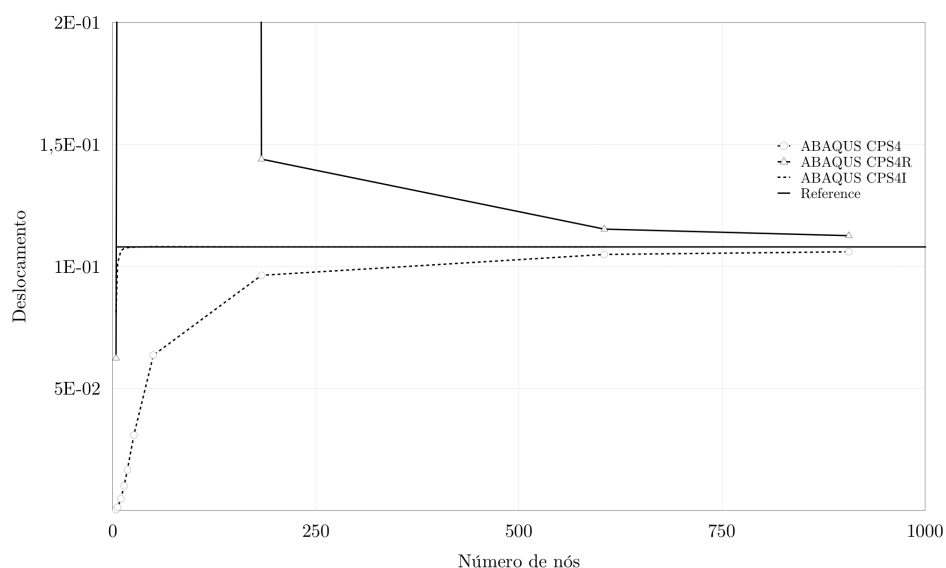


Figura 4.4: Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros lineares com diferentes formulações.

Avaliando agora a relação entre o valor do deslocamento e o número de nós usando elementos triangulares quadráticos, através da figura 4.5, verifica-se que o uso de elementos triangulares de 2ª ordem, de forma genérica, apresenta melhores resultados em relação aos de 1ª ordem. Observa-se ainda que, no caso do *Solidworks*, a sua taxa de convergência é abaixo da obtida com elementos de 1ª ordem. Nas restantes plataformas (*Abaqus*, *Autodesk Nastran* e *CATIA*) a sua convergência melhora pois, com um número reduzido de elementos, é possível obter resultados aproximados do expectável.

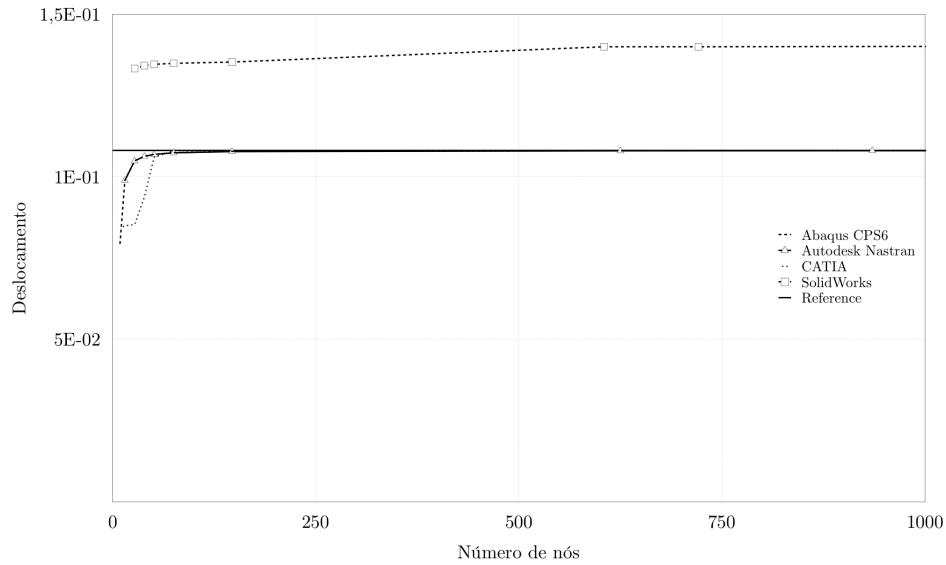


Figura 4.5: Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares quadráticos.

Os elementos quadriláteros de 2ª ordem apresentam uma taxa de convergência abaixo dos elementos quadriláteros lineares, como é representado na Figura 4.6. A plataforma *Autodesk Nastran* apresenta a pior taxa de convergência, no caso desta análise. O *Abaqus* e o *CATIA* têm um desempenho semelhante pelo que poderá suspeitar-se que se o *Abaqus* utiliza elementos com integração reduzida, também o *CATIA* os poderá estar a usar. É explícito no *Abaqus* o uso específico desse tipo de integração e como visto na Figura 4.4, existe alguma diferença na curva de convergência entre simulações com elementos com integração total e reduzida, pelo que originará esta suspeita.

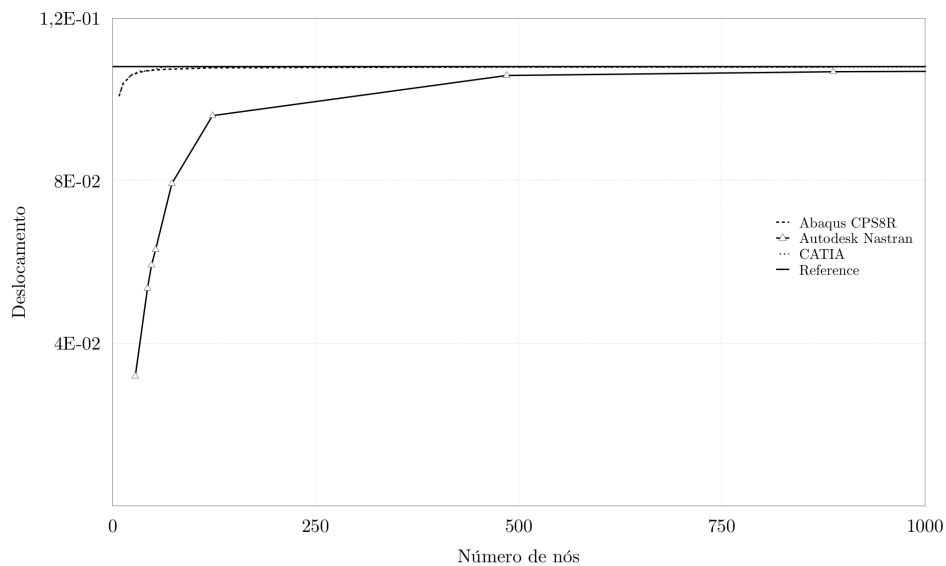


Figura 4.6: Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros quadráticos.

Concluída a análise dos resultados obtidos com elementos bidimensionais, irá agora proceder-se à análise de resultados com elementos tridimensionais, neste caso tetraedros e hexaédros de 1^a e 2^a ordem, respetivamente.

Os resultados do deslocamento com o aumento do número de nós, usando elementos tetraedros, podem ser observados na Figura 4.7.

Como é possível observar, o elemento tetraedro linear é de certa forma rígido à flexão e por essa razão poderá não ser o mais indicado neste tipo de análise.

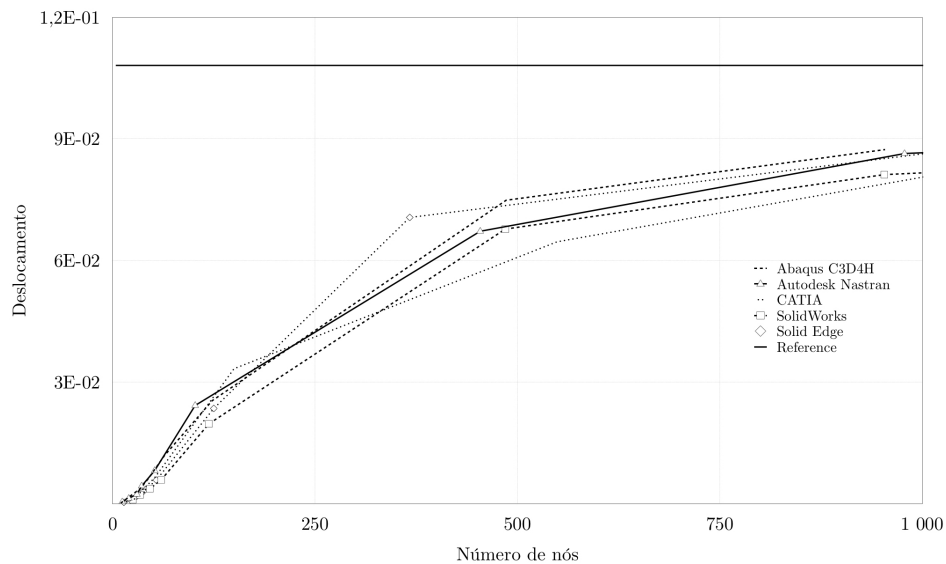


Figura 4.7: Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos lineares.

O elemento hexaédrico de 1^a ordem oferece bons resultados quanto à taxa de convergência, como pode ser observado na Figura 4.8. O que foi concluído anteriormente relativamente ao modo de integração ser reduzido, completo ou incompatível, volta a verificar-se. Reforça-se a ideia que os elementos com o modo incompatível oferecem boas convergências na análise à flexão. Por fim o elemento hexaédrico de 1^a ordem demonstra um nível de convergência muito interessante na relação entre o deslocamento e o número de nós. O elemento hexaédrico de 1^a ordem é o único dos elementos tridimensionais que tem o modo incompatível para as simulações. Na Figura 4.9 observa-se a simulação para 100 nós realizada no *software CalculiX*.

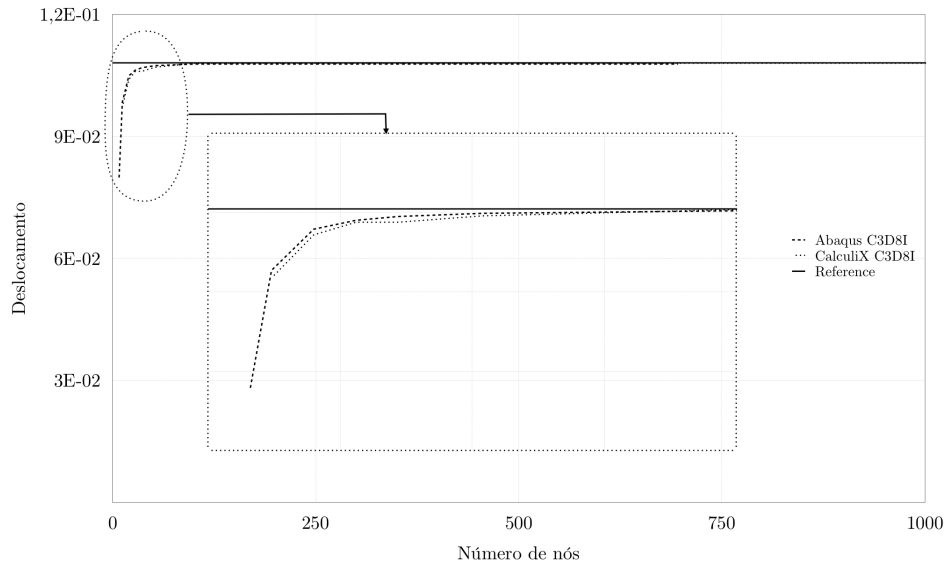


Figura 4.8: Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos lineares.

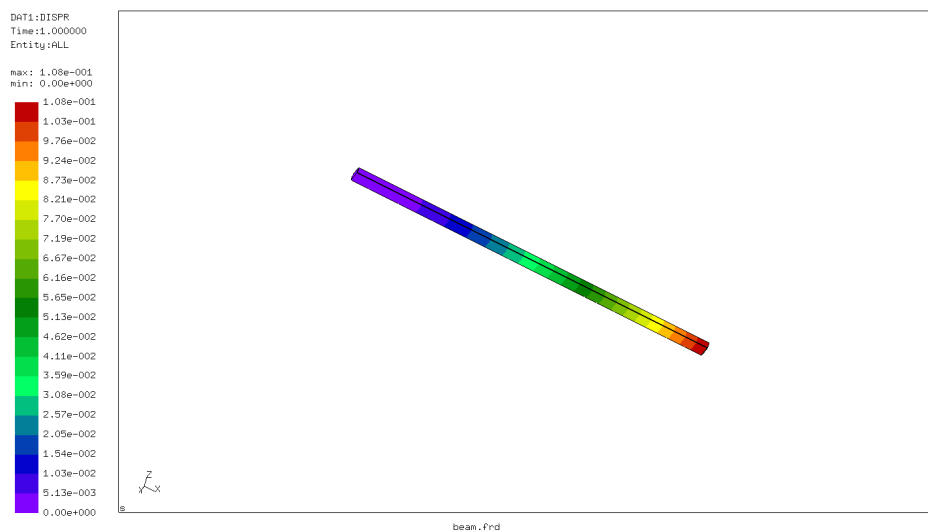


Figura 4.9: Simulação com 100 nós da viga encastrada realizada no *CalculiX*.

No entanto os elementos tetraédricos de 2ª ordem melhoram a convergência em comparação aos de 1ª ordem, como pode ser visualizado na Figura 4.10. Verifica-se ainda que um par de plataformas (*CATIA* e *Abaqus*) é um pouco mais lenta na convergência até um determinado refinamento de malha, havendo para um determinado momento, uma convergência idêntica entre todos. De notar que a curva de convergência do *software Inventor* não está representada no gráfico, devido ao mesmo, gerar malhas acima dos mil nós, ou seja, fora da escala adoptada.

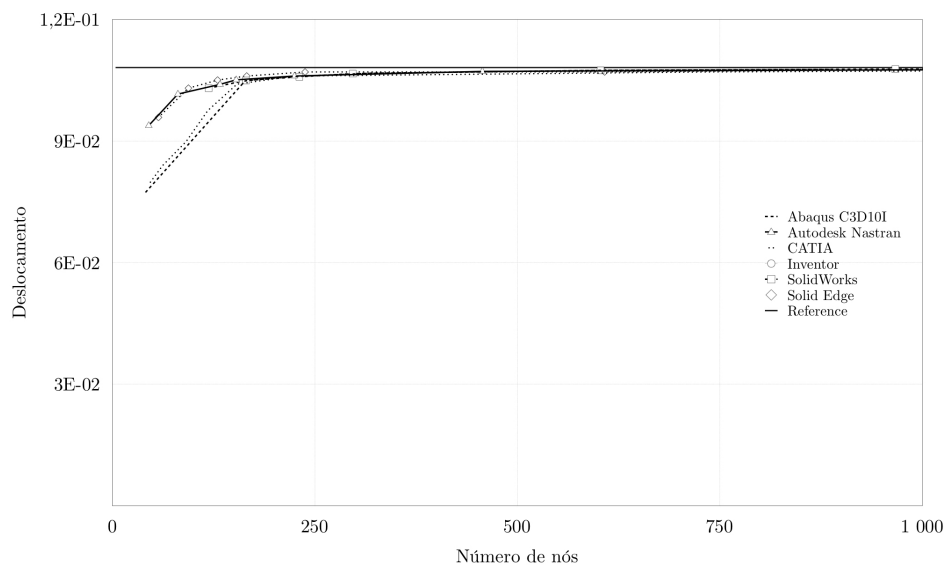


Figura 4.10: Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos quadráticos.

Quanto aos elementos hexaédricos de 2^a ordem, estes possuem uma menor taxa de convergência em relação aos elementos de 1^a ordem, como poderá ser observado na Figura 4.11. Isto acontece, uma vez que é utilizada a formulação híbrida no elemento de 2^a ordem, ao invés do modo incompatível, caso contrário o elemento de 2^a ordem, poderia ter um melhor desempenho.

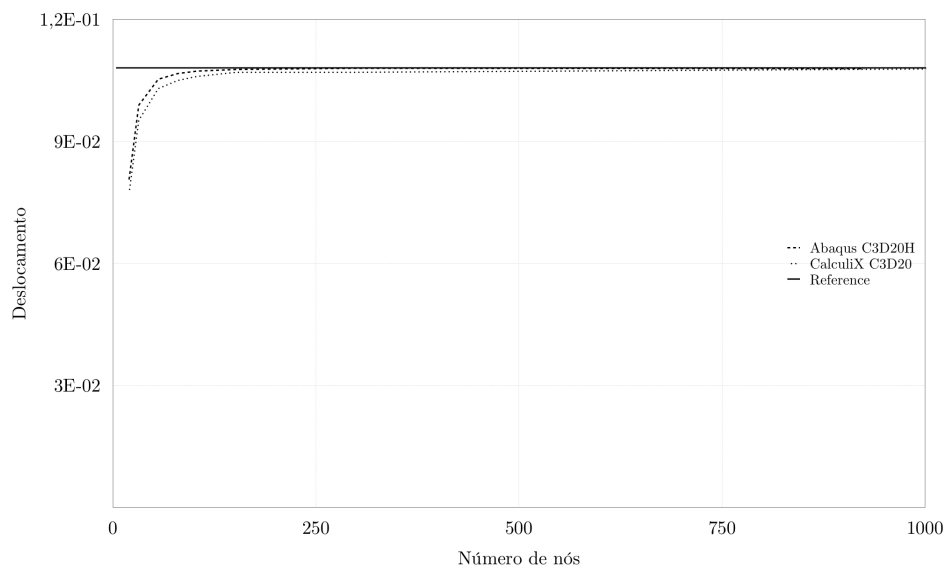


Figura 4.11: Viga encastrada - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos quadráticos.

De um modo geral, em casos bidimensionais, os elementos quadriláteros de 1^a ordem apresentam uma melhor taxa de convergência, usando o modo incompatível. Em

casos tridimensionais o elemento hexaédrico linear com o modo incompatível, oferece igualmente a melhor convergência.

Estas conclusões vão ao encontro do que foi referido anteriormente na secção do estado da arte, no que diz respeito aos elementos com modo incompatível serem os melhores elementos em problemas de flexão.

Neste caso particular apenas o *Abaqus* e também o *Calculix* têm este tipo de elementos nas suas bibliotecas. As restantes plataformas, para casos tridimensionais, são limitadas pois só possuem elementos tetraédricos e neste caso devem ser usados os elementos de 2ª ordem, pois os de 1ª ordem aparentam alguma rigidez à deformação.

4.3 Telhado cilíndrico Scordelis-Lo

O telhado Scordelis-Lo apresentado na Figura 4.12 é um outro problema padrão [46] que usa este tipo de análise. O problema é um telhado cilíndrico, semelhante a um hangar. O valor alvo de análise e que servirá de referência é o deslocamento vertical no ponto médio da aresta livre. O telhado Scordelis-Lo é um teste onde a estrutura tem superfície curva num dos eixos, no conjunto de problemas propostos.

A estrutura consiste num telhado apoiado em ambas as extremidades curvas. Este problema tem a particularidade de que só é necessário modelar um quarto da estrutura, tirando vantagem dos dois planos de simetria existentes.

Sendo assim a estrutura pode ser definida de uma forma mais simplificada, com as seguintes condições de fronteira: a aresta entre os pontos A-B e B-C possuem uma simetria associada, a aresta A-D tem um apoio simples e, por fim, a aresta C-D, é livre pois não tem nenhuma condição fronteira associada.

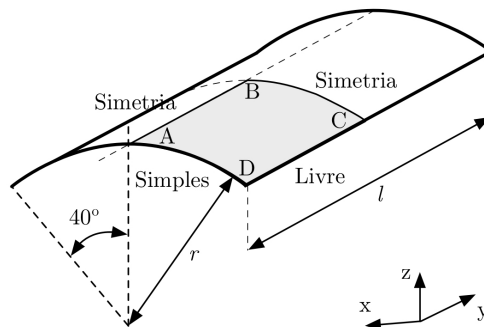


Figura 4.12: Telhado Scordelis-Lo: modelo e condições fronteira (1/4 da estrutura modelada).

A estrutura suporta o seu próprio peso de 90 por unidade de superfície, com um comprimento (l) de 50, um raio (r) de 25 e uma espessura (t) de 0,25. As propriedades dos materiais são isotrópicas, o módulo de Young (E) de $4,32 \times 10^8$ e coeficiente de Poisson (ν) é igual a zero. A solução teórica para o deslocamento vertical utilizado para este problema é 0,3024 [46; 47].

A análise de convergência irá ser iniciada com elementos do tipo casca triangulares e quadriláteros. Os resultados do deslocamento com o aumento do número de nós, usando elementos lineares triangulares, podem ser observados na Figura 4.13.

O elemento triangular linear apresenta um bom comportamento ao nível da convergência, com malha pouco refinada. Como foi explicado anteriormente, os elementos triangulares, devem ser usados quando a estrutura tem uma geometria complexa pois permite uma melhor representação inicial da estrutura.

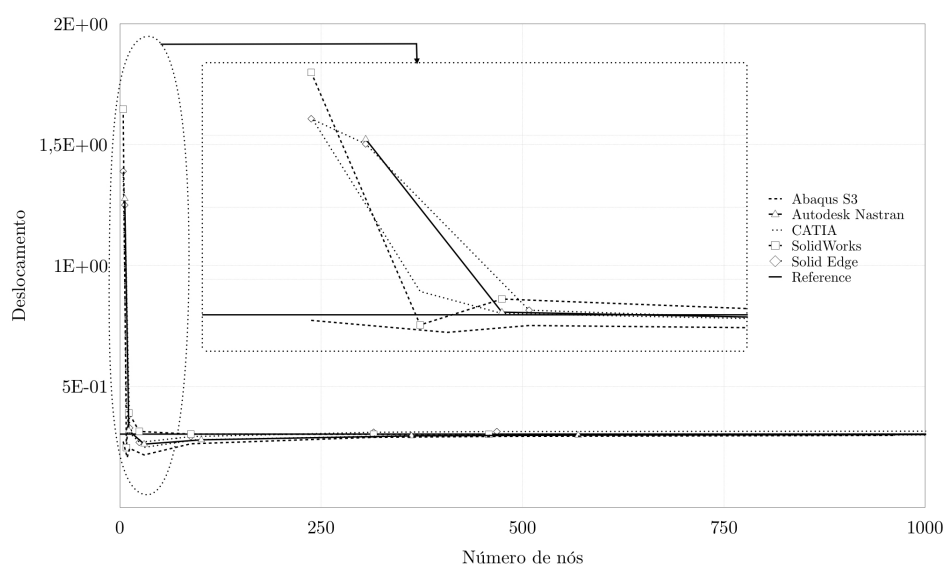


Figura 4.13: Telhado cilíndrico Scordelis-Lo - Relação ente o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares lineares.

A Figura 4.13 demonstra o comportamento dos elementos quadriláteros lineares. Estes elementos demonstram uma boa taxa de convergência, oferecendo igualmente boa fiabilidade pois com um número escasso de elementos, o valor de análise é próximo do valor teórico.

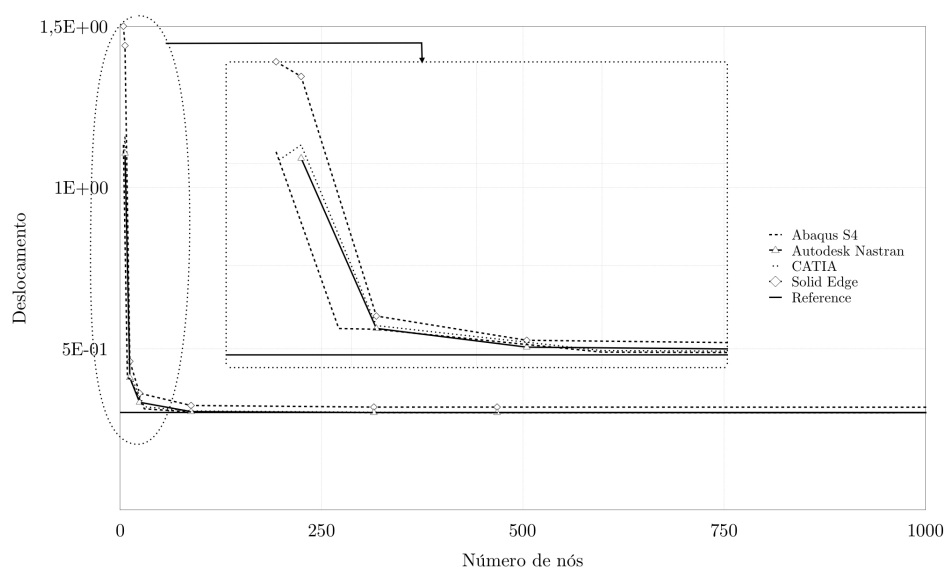


Figura 4.14: Telhado cilíndrico Scordelis-Lo - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros lineares.

Com o uso dos elementos triangulares de 2ª ordem é possível concluir que a convergência é idêntica em relação aos resultados obtidos com elementos de 1ª ordem, como pode ser analisado na Figura 4.15. Enquanto que, usando elementos triangulares de 1ª ordem, existe uma verdadeira convergência para o valor expectável, verifica-se que no caso dos elementos de 2ª ordem, usando a malha mais grosseira, o valor do deslocamento é próximo do teórico.

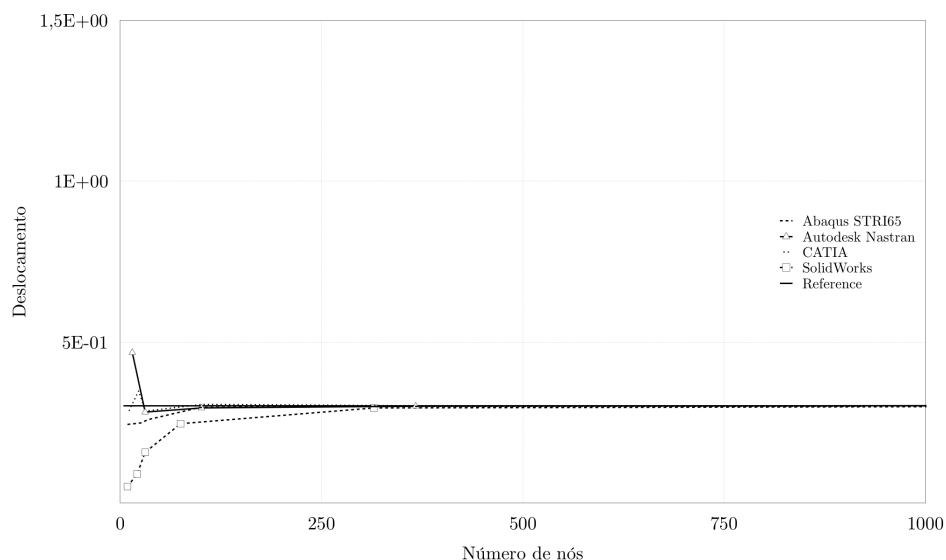


Figura 4.15: Telhado cilíndrico Scordelis-Lo - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares quadráticos.

De forma contrária os elementos quadriláteros de 2ª ordem com uma malha grosseira,

estão mais próximos do valor teórico quando comparados com a os elementos de 1ª ordem, como poderá ser observado na Figura 4.16.

Quanto aos elementos do tipo casca, todos eles apresentam convergências satisfatórias e idênticas.

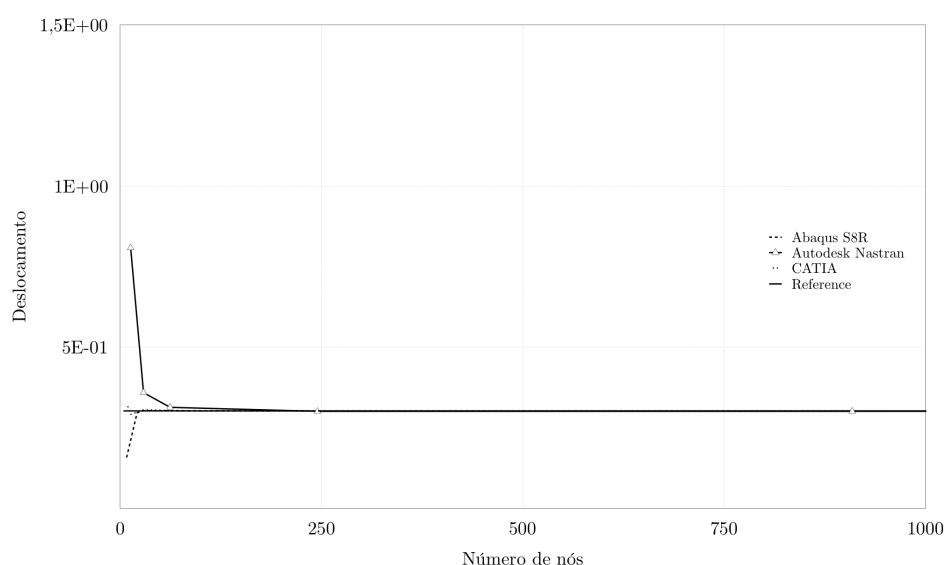


Figura 4.16: Telhado cilíndrico Scordelis-Lo - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros quadráticos.

Até agora foram analisados os resultados obtidos com elementos do tipo casca. Poderá assim concluir-se que qualquer um dos elementos oferece uma boa convergência para este teste. Irá agora proceder-se à análise de resultados utilizando elementos tridimensionais, neste caso tetraédricos e hexaédricos, respetivamente, de 1ª e 2ª ordem.

Os resultados do deslocamento com o aumento do número de nós, usando elementos tetraédricos, podem ser observados na Figura 4.17. Nota para o eixo dos deslocamentos utilizar a escala logarítmica com o objetivo de compreender melhor a curva de convergência.

O uso do elemento tetraédricos lineares não é recomendável neste tipo de análise pois o elemento é demasiado rígido. É possível observar que mesmo com o aumento da escala do número de nós, a taxa de convergência tem um erro considerável relativamente ao valor referência.

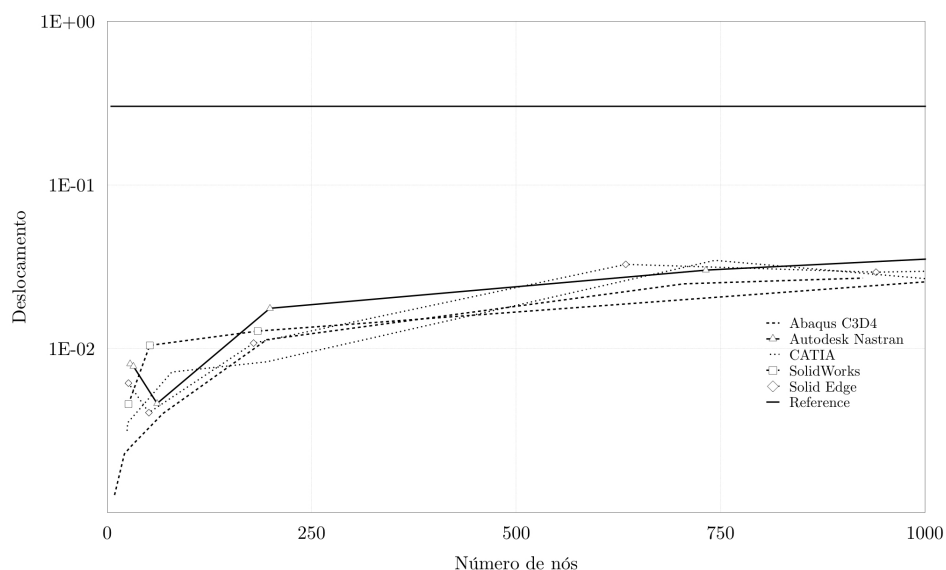


Figura 4.17: Telhado cilíndrico Scordelis-Lo - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos lineares.

Porém, os elementos hexaédricos de 1ª ordem oferecem um bom resultado quanto à taxa de convergência, como pode ser observado na Figura 4.18.

Comparando com a análise anterior (elementos tetraédricos lineares), este resultado consegue ter uma relação de convergência melhor. Observa-se ainda que é usado elementos com o modo incompatível e desse modo, o resultado converge para o valor referência.

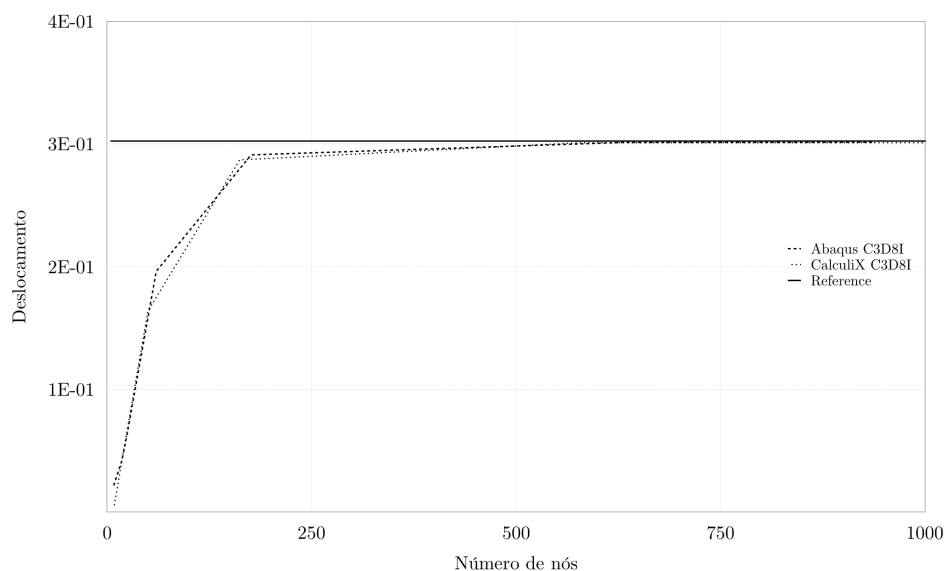


Figura 4.18: Telhado cilíndrico Scordelis-Lo - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos lineares.

Os elementos tetraédricos de 2ª ordem demonstram uma melhoria relativamente aos de 1ª ordem, como pode ser visto na Figura 4.19. Ainda assim, o seu uso deve ser

evitado pois a taxa de convergência não atinge sequer o valor referência expectável. O *Autodesk Nastran*, *Inventor* e *Solid Edge* têm a particularidade de iniciar a convergência apenas a seguir à segunda simulação pois na primeira análise os valores aproximam-se do referência. Isto acontece pois com a malha grosseira, os nós dos elementos assentam nos pontos de interesse do modelo, obtendo desse modo, valores mais precisos. É possível observar a análise com 189 nós realizada na plataforma *Inventor* na Figura 4.20.

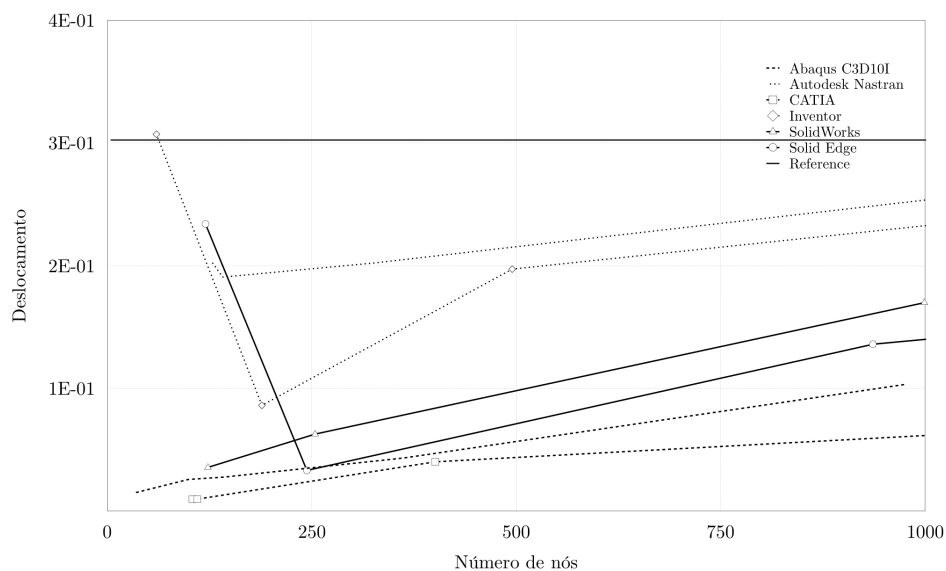


Figura 4.19: Telhado cilíndrico Scordelis-Lo - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos quadráticos.

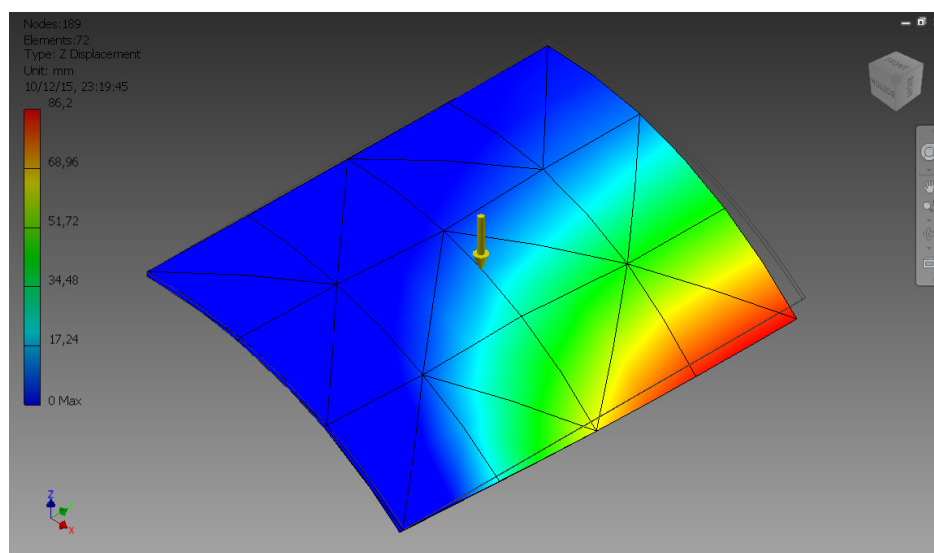


Figura 4.20: Simulação com 189 nós do telhado cilíndrico Scordelis-Lo realizada no *Inventor*.

Os elementos hexaédricos quadráticos oferecem uma melhor taxa de convergência

relativamente aos elementos de 1ª ordem, como poderá ser observado na Figura 4.21.

Isto acontece pois é usada integração reduzida no *Abaqus*, ao contrário da integração total no *CalculiX*. A diferença entre os mesmos, demonstra a diferença da integração total e reduzida.

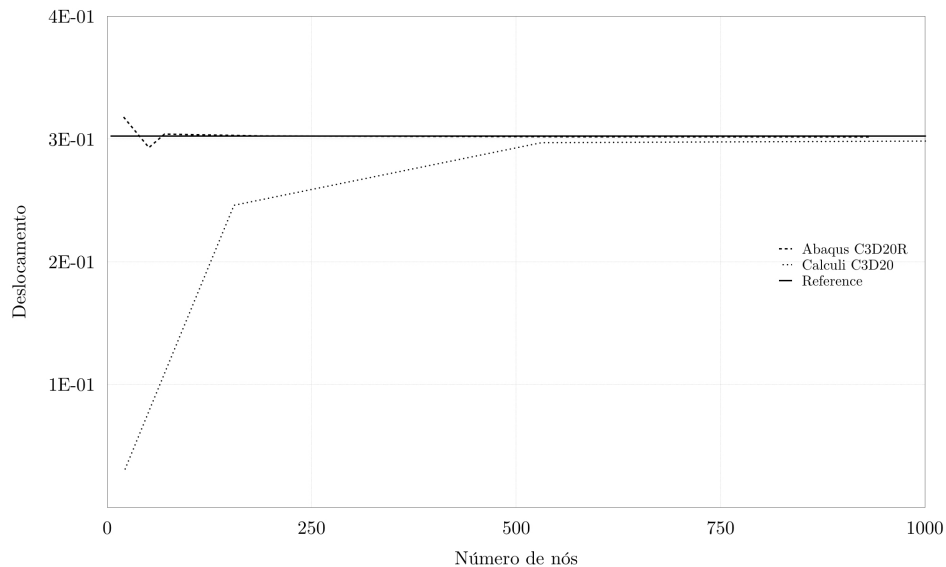


Figura 4.21: Telhado cilíndrico Scordelis-Lo - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos quadráticos.

De um modo geral, no caso da utilização de elementos do tipo casca, todos os elementos comportam-se de forma satisfatória, oferecendo uma melhor relação de convergência. O mesmo não acontece com todos os elementos sólidos que não oferecem um desempenho tão satisfatório, quando comparados com os elementos bidimensionais. Poderá então concluir-se que o uso de elementos sólidos em estruturas com uma espessura tão fina, não será benéfica na precisão dos resultados e no maior custo computacional.

4.4 Esfera com cargas concentradas

A esfera com cargas concentradas apresentada na Figura 4.22 é outro problema padrão frequentemente utilizado. Neste caso, uma metade de esfera com paredes finas, é perfurada no topo e é sujeita a dois pares de cargas concentradas simétricas na sua face inferior [42]. O valor alvo de análise e que servirá de referência é o deslocamento axial onde as forças são aplicadas. Este problema tem a particularidade de ter uma estrutura com uma superfície duplamente curva, no conjunto dos problemas propostos.

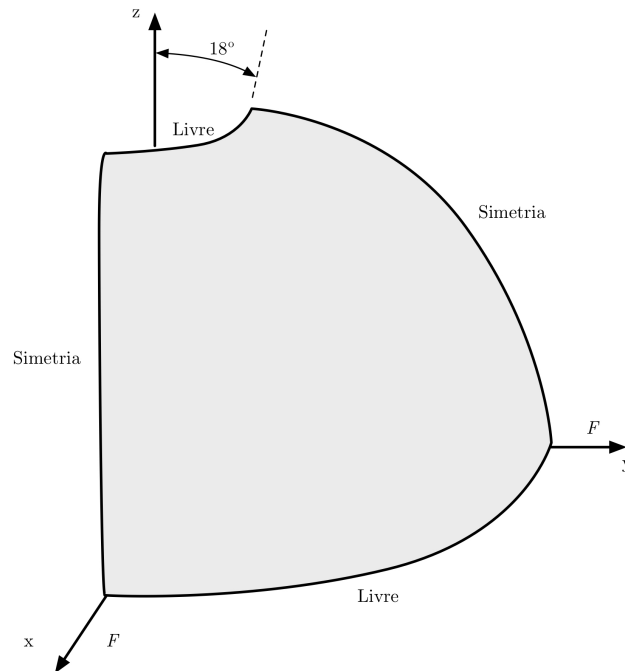


Figura 4.22: Esfera com cargas concentradas (1/4 do modelo modelado).

As condições de fronteira indicam que as arestas assentes nos planos Ox e Oy são simétricas e que as arestas inferior e de topo são livres de movimento.

A carga nodal aplicada em cada um dos eixos, Ox e Oy , é (F) de 2 (no quadrante). A esfera tem um raio (r) de 10 e uma espessura (t) de 0,04. O material é isotrópico e as suas propriedades são: módulo de Young (E) de $6,825 \times 10^7$ e coeficiente de Poisson (ν) de 0,3.

Um valor teórico de 0,094 é utilizado como valor referência de deslocamento para comparar os resultados. A análise de convergência irá inicia-se com elementos do tipo casca triangulares e quadriláteros.

Os resultados do deslocamento com o aumento do número de nós, usando elementos lineares triangulares podem ser observados na Figura 4.23. O elemento triangular linear tem uma boa taxa de convergência pois globalmente (à exceção das plataformas *SolidWorks* e *Abaqus*) oferece com uma malha grosseira valores a rondarem o referência.

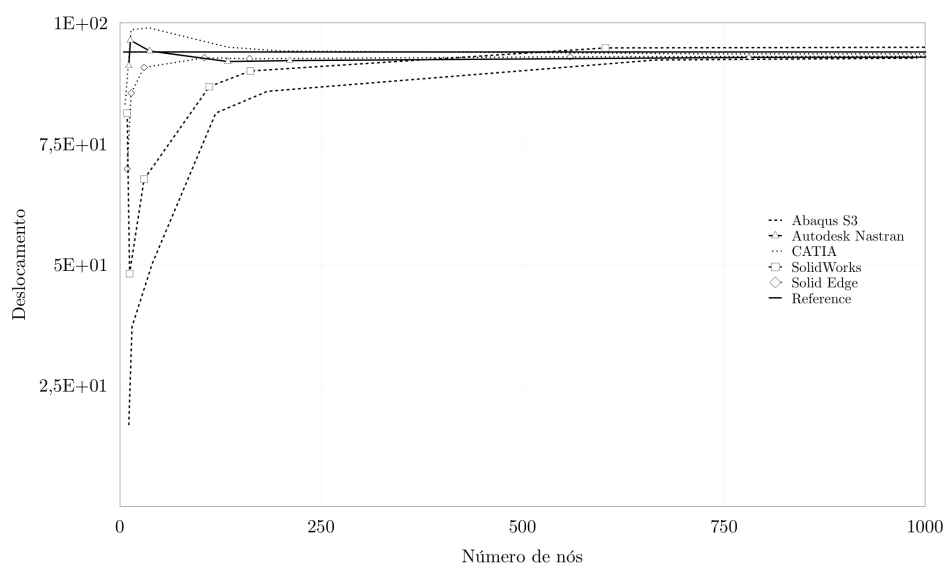


Figura 4.23: Esfera com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares lineares.

Na Figura 4.24 pode ser observado o comportamento dos elementos quadriláteros lineares. Estes elementos demonstram uma melhor taxa de convergência em comparação com os elementos anteriores. Os elementos quadriláteros apresentam com uma malha grosseira, valores próximos do teórico e a partir aproximadamente dos 250 nós, é possível observar que as linhas de convergência se sobrepõem, demonstrativo da qualidade da análise. Na Figura 4.25 verifica-se a simulação com 191 nós realizada na plataforma *CATIA*.

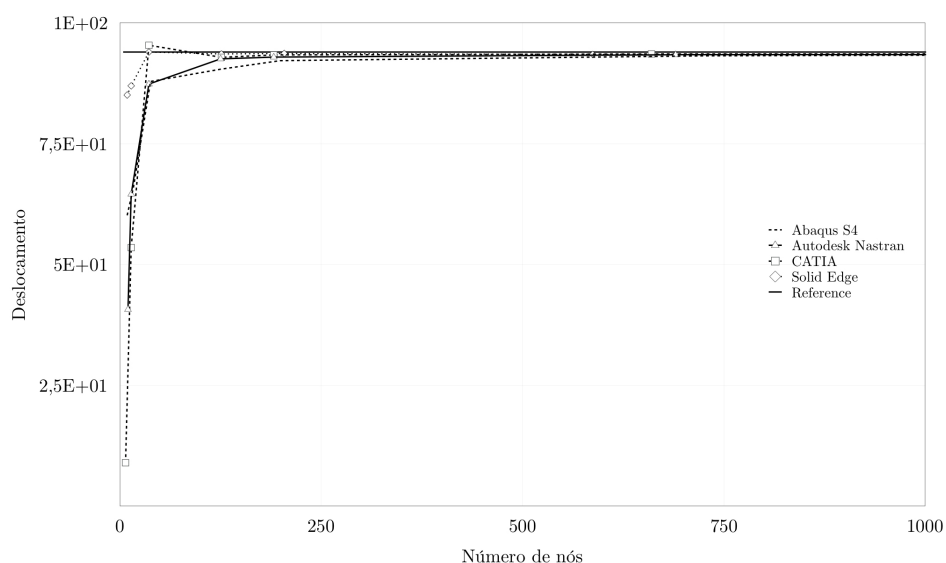


Figura 4.24: Esfera com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros lineares.

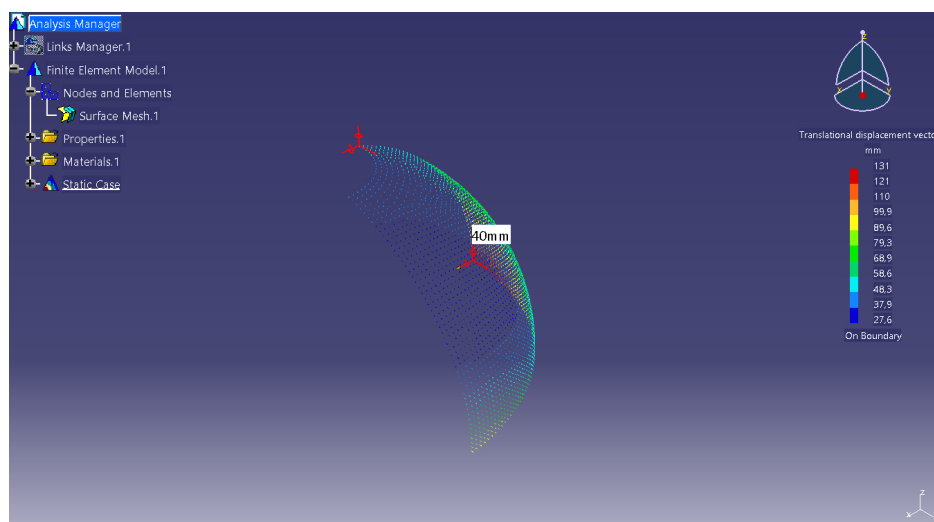


Figura 4.25: Simulação com 191 nós da esfera com cargas concentradas realizada no CATIA.

Com o uso dos elementos triangulares de 2^a ordem verifica-se que estes apresentam resultados piores quando comparados com os de 1^a ordem, como pode ser visto na Figura 4.26. Verifica-se neste caso que apenas com o uso de uma malha refinada de elementos de 2^a ordem é que o valor do deslocamento começa a convergir para o teórico.

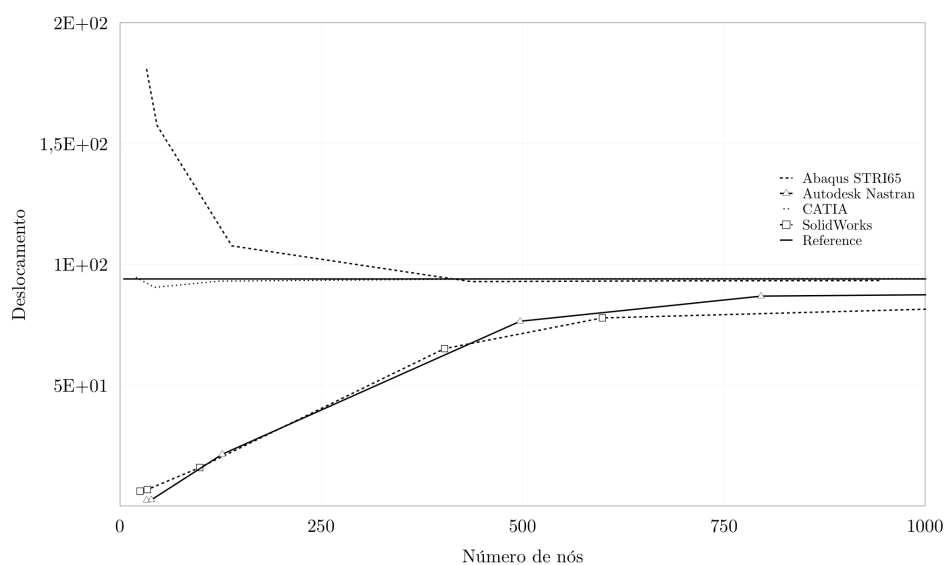


Figura 4.26: Esfera com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares quadráticos.

Os elementos quadriláteros de 2^a ordem ficam aquém dos resultados expectáveis, quanto à taxa de convergência, quando comparados aos elementos de 1^a ordem, como poderá ser observado na Figura 4.27. O elemento quadrilátero quadrático necessita igualmente de uma malha refinada para se obter uma convergência aceitável.

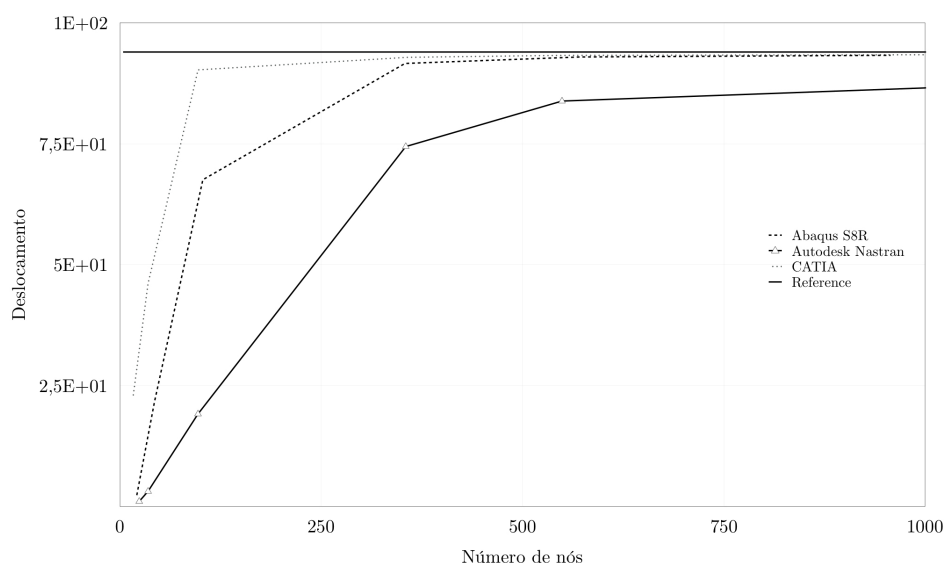


Figura 4.27: Esfera com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros quadráticos.

Depois de analisados os resultados obtidos com elementos do tipo casca, pode-se concluir que apenas usando elementos de 1ª ordem é possível obter uma boa convergência neste teste com o menor número de nós possível, com igual número de elementos, já que a dimensão do elemento usada é sempre a mesma. Procede-se à análise de resultados obtidos com elementos tridimensionais, neste caso tetraédricos e hexaédricos, respectivamente, de 1ª e 2ª ordem. Neste caso em particular, a escala do número de nós é alargada até aos 10000 nós.

Os resultados do deslocamento com o aumento do número de nós, usando elementos tetraédricos, podem ser observados na Figura 4.28. Como já foi possível visualizar no exemplo anterior e agora repete-se, o uso de elemento tetraédrico linear não oferece uma boa convergência neste tipo de análise reforçando a ideia de que este elemento é demasiado rígido à deformação. Nota para o eixo dos deslocamentos utilizar a escala logarítmica com o objetivo de representar a curva de convergência.

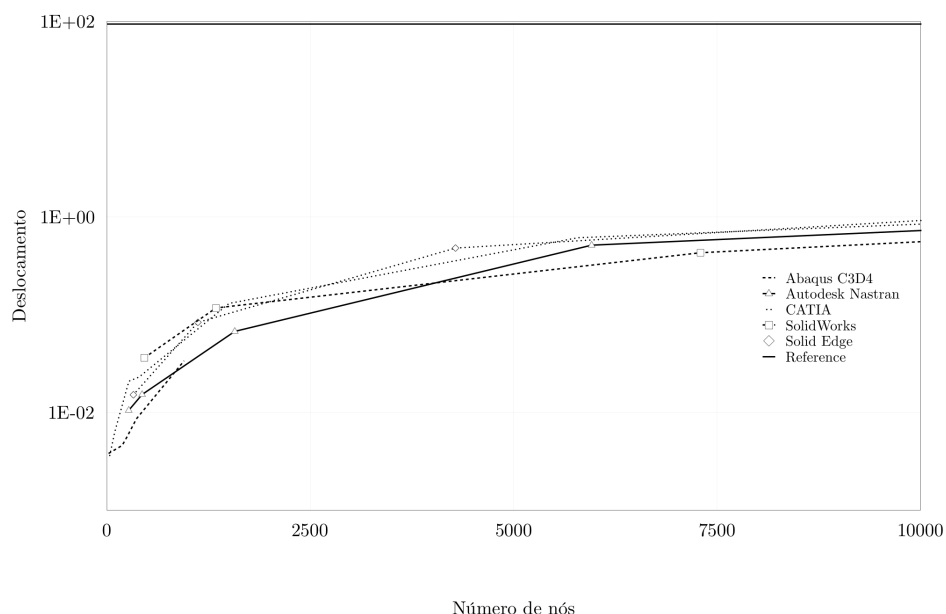


Figura 4.28: Esfera com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos lineares.

O elemento hexaédrico de 1^a ordem oferece um melhor resultado quanto à taxa de convergência, como pode ser observado na Figura 4.29. Apesar de este elemento melhorar o resultado da análise anterior, não se obtém uma convergência aceitável, dentro da escala utilizada, ficando aquém do desejável. Neste caso particular é observável que a curva de convergência da plataforma *Abaqus* termina, devido à limitação da licença dos 1000 nós por simulação.

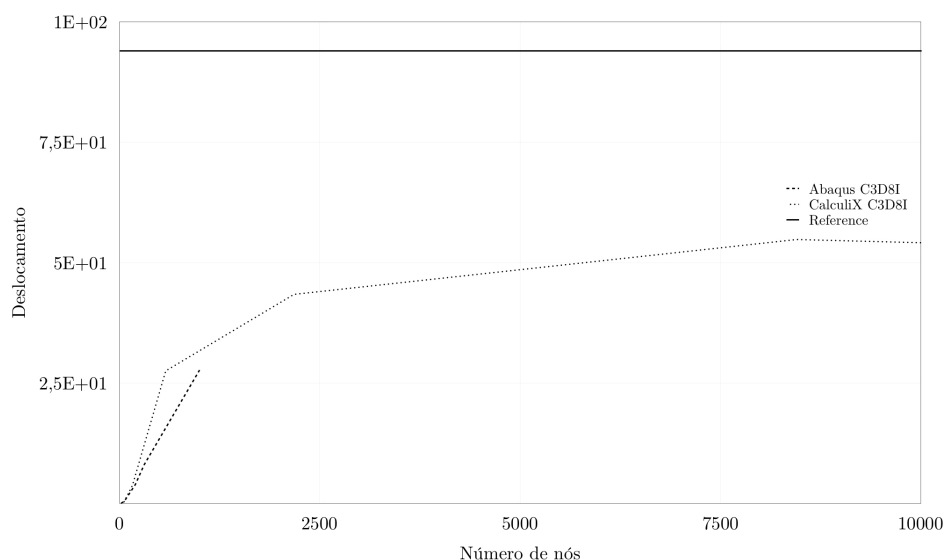


Figura 4.29: Esfera com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos lineares.

Os elementos tetraédricos de 2^a ordem demonstram uma melhoria relativamente aos de 1^a ordem, como pode ser observado na Figura 4.30. Ainda assim, o seu desempenho não é o pretendido, pois a taxa de convergência não atinge sequer o valor esperado, apesar do refinamento da malha ser superior ao normal.

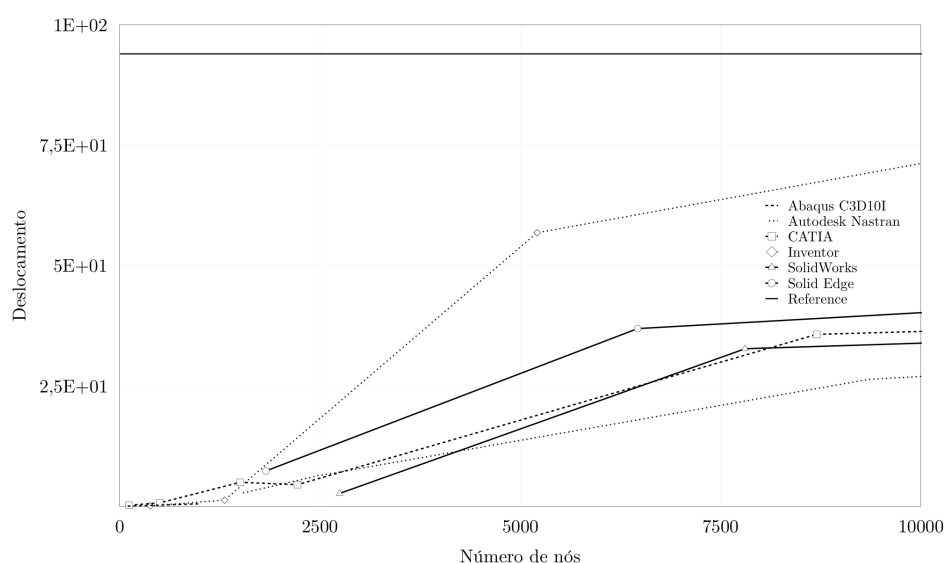


Figura 4.30: Esfera com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos quadráticos.

Os elementos quadráticos hexaédricos têm um comportamento idêntico aos elementos de 1^a ordem, como pode ser observado na Figura 4.31. A sua curva de convergência é idêntica a alguns elementos tetraédricos quadráticos, logo deverá ter-se algum cuidado com o seu uso.

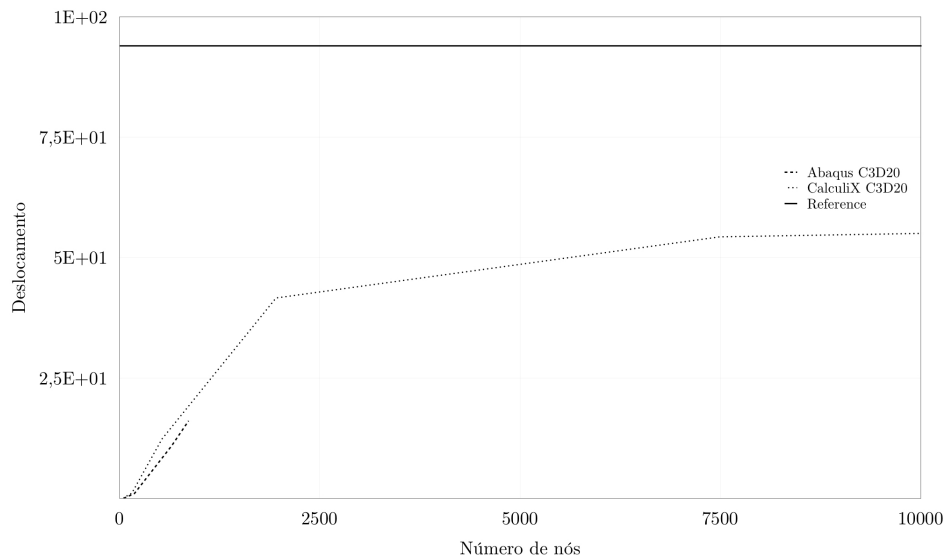


Figura 4.31: Esfera com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos quadráticos.

De um modo geral, no caso da utilização de elementos do tipo casca, todos os elementos comportam-se de forma satisfatória, oferecendo uma boa taxa de convergência. Os elementos do tipo casca de 2^a ordem têm também uma boa taxa de convergência, embora ocorra a necessidade de se refinar um pouco mais a malha. Pelo contrário, todos os elementos sólidos não oferecem uma convergência considerável neste tipo de análise. Reforça-se assim a ideia de que o uso de elementos sólidos em modelos com uma espessura tão fina não deverá ser o recomendável.

4.5 Cilindro com paredes espessas

Um cilindro de paredes espessas, neste caso com material incompressível, é demonstrado na Figura 4.32, tendo sido escolhido como outro dos problemas utilizados para testar o comportamento dos elementos. O problema é definido num estado de deformação plana e é assumido que existe uma simetria radial em toda a estrutura. A proposta inicial [42] requer a utilização do valor de 10 graus da estrutura, usando coordenadas cilíndricas. Devido à limitação de algumas plataformas, pois estas apenas possuem coordenadas cartesianas nas suas bibliotecas, foi utilizado um quarto de cilindro, ou seja, um valor de 90 graus.

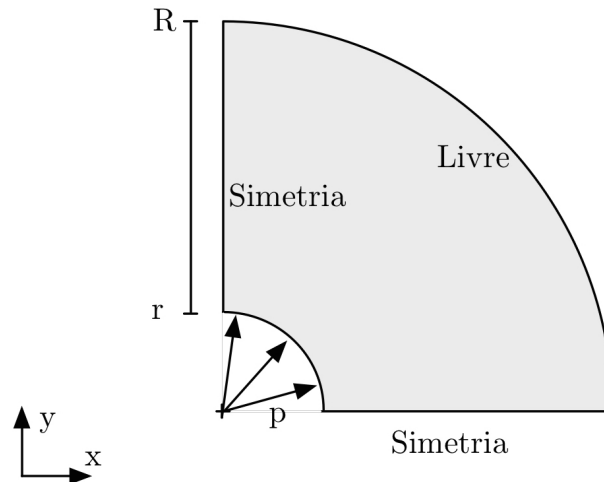


Figura 4.32: Cilindro com paredes espessas (1/4 do modelo modelado).

Na aresta do raio interno é aplicada uma pressão normal (p) enquanto que na aresta externa o raio é livre. As duas arestas remanescentes têm condições de simetria inerentes.

O raio interno (r) e externo (R) é 3 e 9, respetivamente, e a espessura do material (t) é considerada unitária. A estrutura tem um módulo de Young (E) de 1×10^3 e um coeficiente de Poisson (ν) de 0,4999, uma vez que é considerado um material incompressível. Para este valor de coeficiente de Poisson, o deslocamento radial esperado é $5,0623 \times 10^{-3}$.

É de ter em consideração que a utilização da pressão interna para análise bidimensional não é possível para algumas plataformas pois estas utilizam a pressão sobre faces ao invés de arestas. Por sua vez, o *Abaqus* e o *Solidworks* permitem o uso de pressão perpendicular a arestas circulares. É ainda de notar que o material é incompressível e por isso na análise tridimensional o *Abaqus* apenas permitirá a análise com elementos híbridos.

A análise de convergência inicia-se com elementos triangulares e quadriláteros para o caso bidimensional. As únicas plataformas adaptadas a esta análise são o *Abaqus* com elementos triangulares e quadriláteros e o *SolidWorks* com elementos triangulares.

Os elementos triangulares de 1ª ordem com o aumento do número de nós podem ser observados na Figura 4.33. O elemento triangular linear não apresenta uma boa taxa de convergência. O *SolidWorks* a certo momento do refinamento da malha oferece valores fora da presumível convergência. Isto deverá acontecer devido às alterações no modelo que o refinamento grosseiro deverá realizar na estrutura do elemento e desse modo os nós deverão estar ligeiramente deslocados.

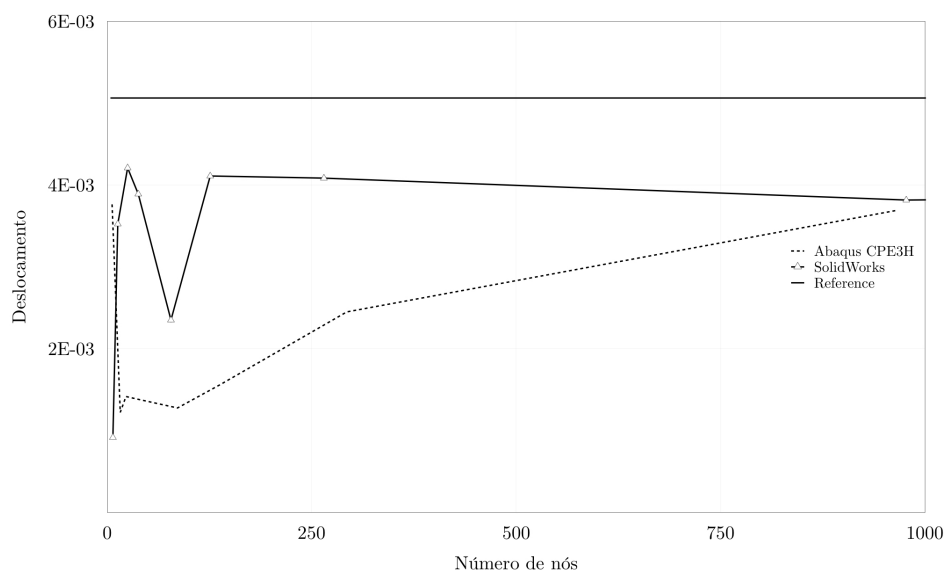


Figura 4.33: Cilindro com paredes espessas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares lineares.

O comportamento dos elementos quadriláteros de 1ª ordem pode ser observado na Figura 4.34. A taxa de convergência existente nesta simulação é muito boa pois a possível discrepância de valores entra a curva de convergência e o valor teórico é mínima. Portanto, em comparação com os elementos triangulares de 1ª ordem, estes elementos, têm melhor desempenho.

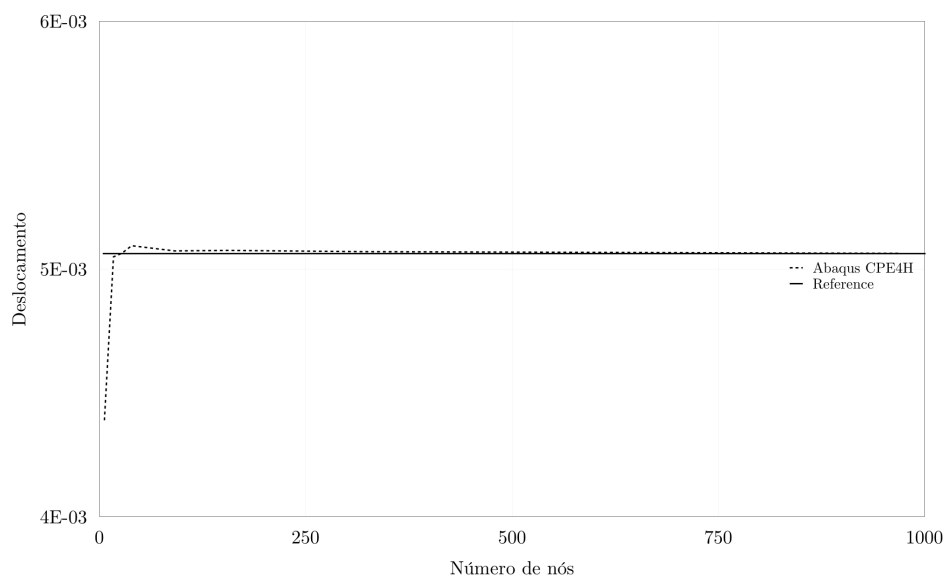


Figura 4.34: Cilindro com paredes espessas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros lineares.

Com o uso dos elementos triangulares de 2ª ordem verifica-se que ambos têm melhor convergência, relativamente aos de 1ª ordem. A melhoria do resultado é de tal forma que

ambas as taxas de convergência convergem para o valor referência, não havendo quase erros associados, como pode ser visto na Figura 4.35.

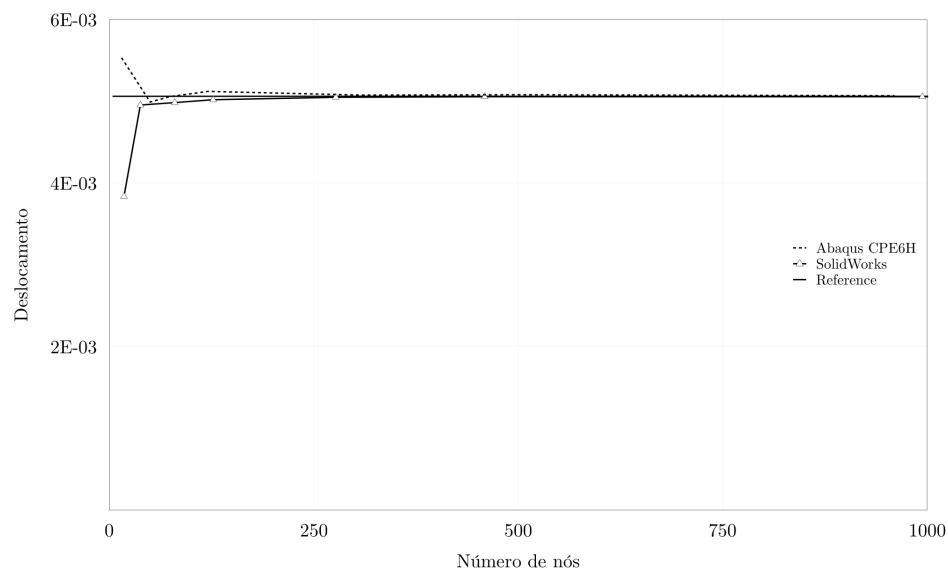


Figura 4.35: Cilindro com paredes espessas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares quadráticos.

Os elementos quadriláteros de 2^a ordem apresentam um comportamento similar quanto à taxa de convergência em relação aos elementos de 1^a ordem, como pode ser observado na Figura 4.36.

A taxa de convergência estabiliza não havendo quase uma diferença para o valor de referência. Com o *Abaqus* observa-se uma convergência idêntica às duas análises anteriores.

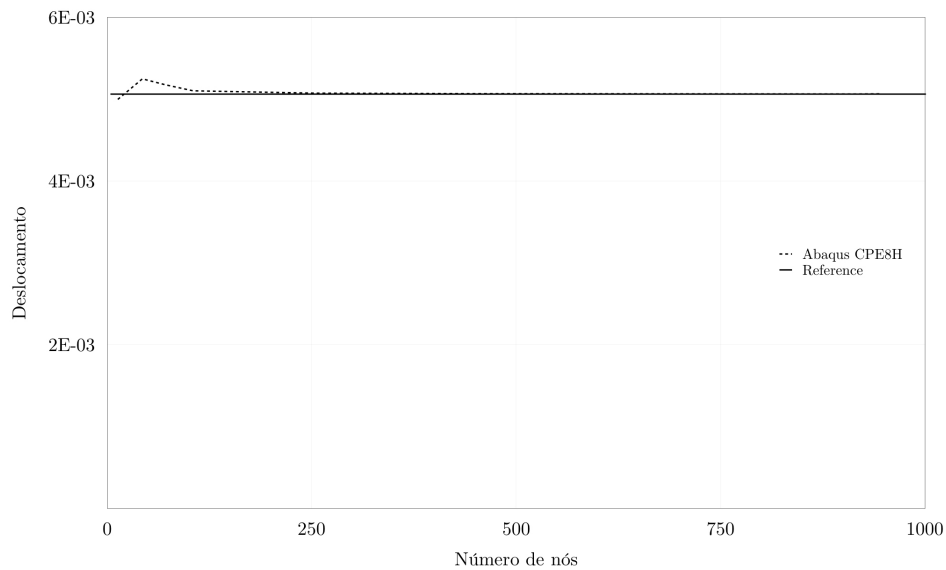


Figura 4.36: Cilindro com paredes espessas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros quadráticos.

Analisados os resultados obtidos com elementos bidimensionais, pode-se concluir que os elementos quadriláteros de 1ª ordem do *Abaqus* são os melhores quanto à convergência para o valor expectável. O mesmo não acontece com o *Abaqus*, quando usa elementos triangulares lineares pois não chega a convergir para o valor referência, ao longo do refinamento da malha.

De seguida proceder-se-à à análise dos resultados com elementos tridimensionais, neste caso tetraédricos e hexaédricos de 1ª e 2ª ordem, respetivamente. Os resultados do deslocamento com o aumento do número de nós usando elementos tetraédricos, podem ser observados na Figura 4.37.

Recorrendo aos elementos tetraédricos de 1ª ordem, é possível observar que a utilização das plataformas, à exceção do *Abaqus* e *CATIA*, não apresentam uma boa convergência para o valor referência. A plataforma *Abaqus* apresenta uma curva de convergência muito interessante, já o *CATIA* que apresenta uma convergência mais lenta e com um erro associado para o valor referência. Na Figura 4.38 é possível observar essa mesma análise com 200 nós realizada no *Abaqus*.

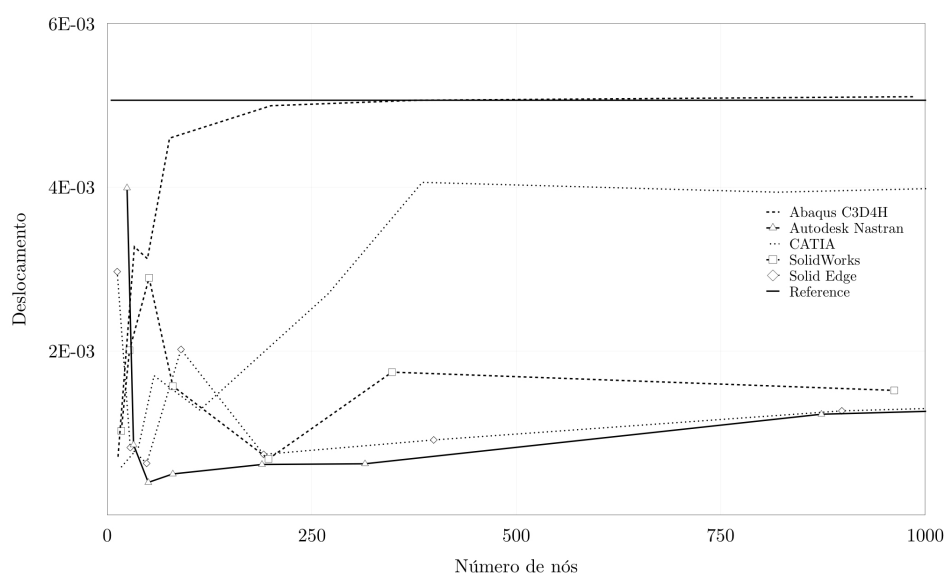


Figura 4.37: Cilindro com paredes espessas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos lineares.

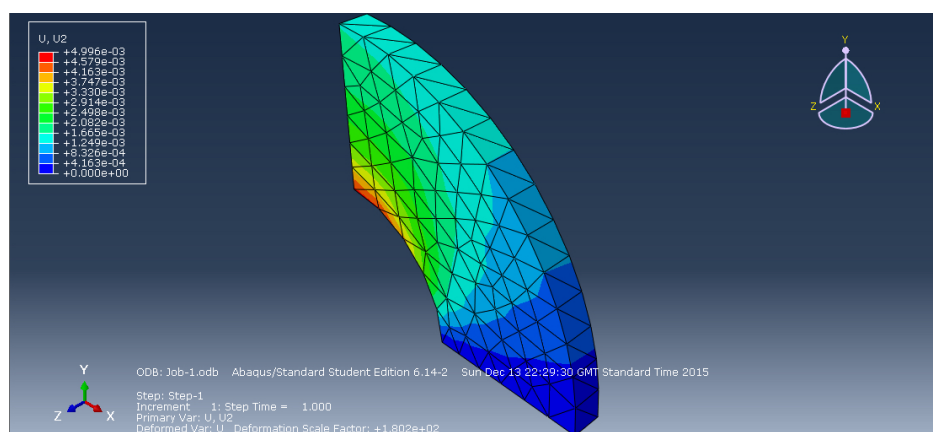


Figura 4.38: Simulação com 200 nós do cilindro com paredes espessas realizada no *Abaqus*.

O desempenho do elemento hexaédrico de 1^a ordem utilizado pelo *Abaqus* e *CalculiX* pode ser observado na Figura 4.39. O elemento utilizado pelo *Abaqus* apresenta melhor convergência quando comparado com o *CalculiX*. O *Abaqus* apresenta uma rápida convergência para o valor referência, ao contrário do *CalculiX* que oferece uma taxa de convergência com um erro associado.

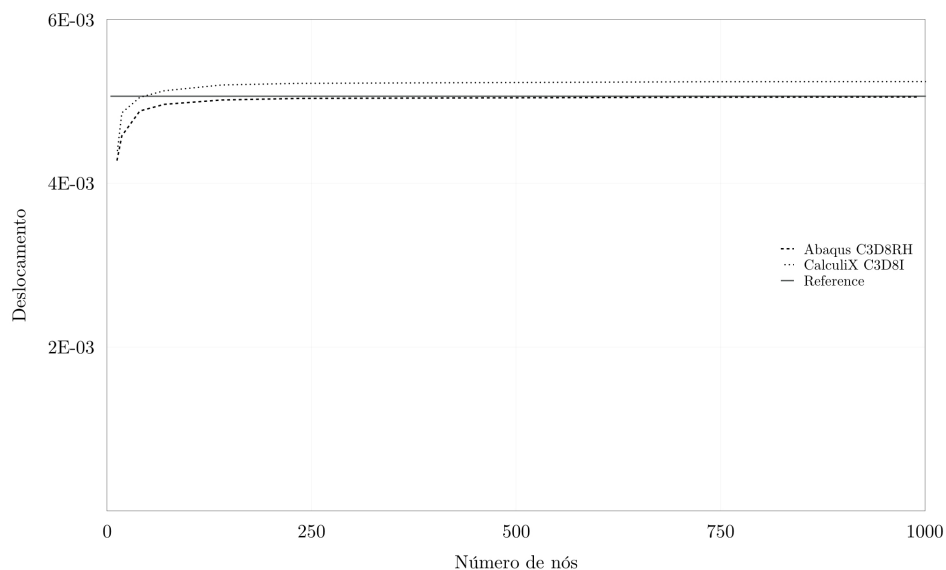


Figura 4.39: Cilindro com paredes espessas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos lineares.

Os elementos tetraédricos de 2^a ordem demonstram uma melhoria relativamente aos elementos de 1^a ordem, como pode ser visualizado na Figura 4.40. O seu uso é mais recomendável, pois a taxa de convergência com o refinamento aproxima-se do valor esperado.

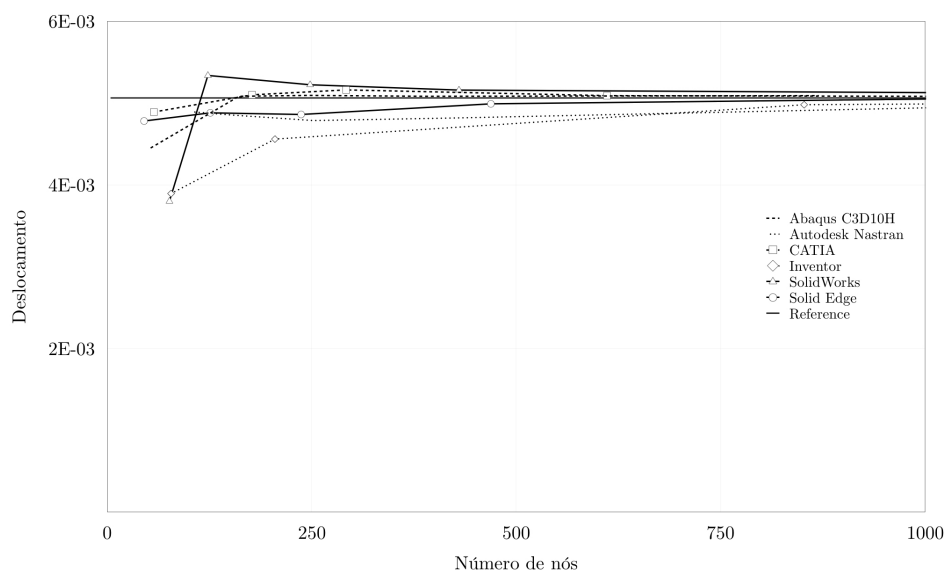


Figura 4.40: Cilindro com paredes espessas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos quadráticos.

Os elementos hexaédricos de 2^a ordem utilizados no *Abaqus* apresentam um comportamento similar quando comparados com os elementos de 1^a ordem, como pode ser observado na Figura 4.41.

O *Abaqus* apresenta uma convergência sempre próxima do valor referência, enquanto que o *CalculiX* demonstra uma curva de convergência com um erro associado.

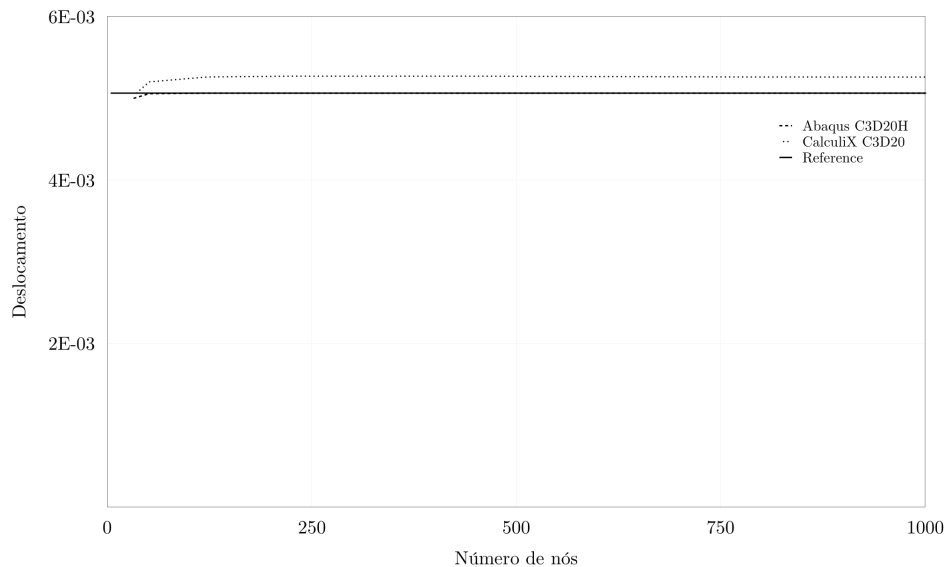


Figura 4.41: Cilindro com paredes espessas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos quadráticos.

De um modo geral, no caso de utilização de elementos do tipo bidimensional, o elemento triangular de 2ª ordem e os quadriláteros lineares e quadráticos comporta-se de forma satisfatória, oferecendo a melhor taxa de convergência. Ao invés, no caso dos elementos tridimensionais, os elementos hexaédricos quadráticos na plataforma *Abaqus* são os melhores ao nível do desempenho. Percebe-se que o elemento híbrido comporta-se melhor perante um problema com material incompressível, como se verificou no caso do *Abaqus*.

4.6 Cilindro com cargas concentradas

O problema do cilindro com cargas concentradas retrata um dos exemplos mais referenciados e utilizados como teste de fiabilidade tanto para elementos tridimensionais como para elementos do tipo casca [42]. Um cilindro possuidor de dois diafragmas rígidos nas suas extremidades é submetido a um par de cargas concentradas, simétricas, como pode ser observado na Figura 4.42.

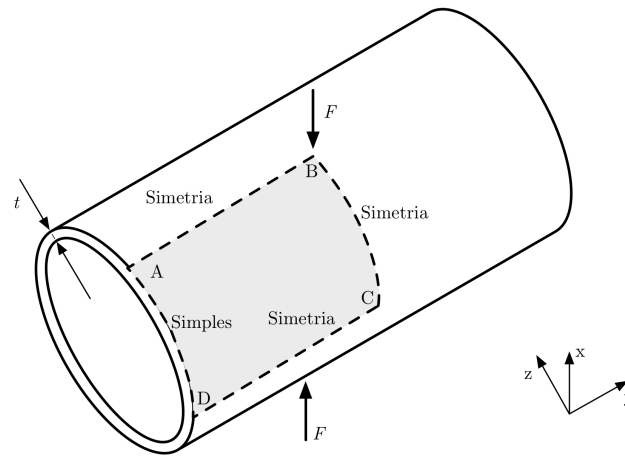


Figura 4.42: Cilindro com cargas concentradas (1/8 do modelo modelado).

As propriedades do material e os parâmetros geométricos são: módulo de Young (E) é de $3,0 \times 10^6$, coeficiente de Poisson (ν) é de 0,3, raio (r) de 300, comprimento (l) de 600 e espessura (t) de 3.

Devido às condições de simetria, apenas 1/8 do cilindro é modelado. Quanto à carga, esta é de um quarto da carga total. As condições de fronteira definidas são arestas, A-B, B-C e C-D são simétricas e a aresta A-D tem um apoio simples.

O valor referência de 18,25 para o deslocamento vertical no ponto sujeito à carga concentrada (F) de 0,25 serve como termo de comparação do desempenho dos elementos [43].

A análise de convergência inicia-se com elementos do tipo casca, nomeadamente os elementos triangulares e quadriláteros.

A relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando para tal os elementos triangulares de 1ª ordem, pode ser observada na Figura 4.43. Analisando o elemento triangular linear, este tem uma boa taxa de convergência, como é possível verificar. Todas as plataformas, ao contrário do *Abaqus*, apresentam, uma curva de convergência interessante, ao tomarem valores próximos do de referência com uma malha ainda grosseira.

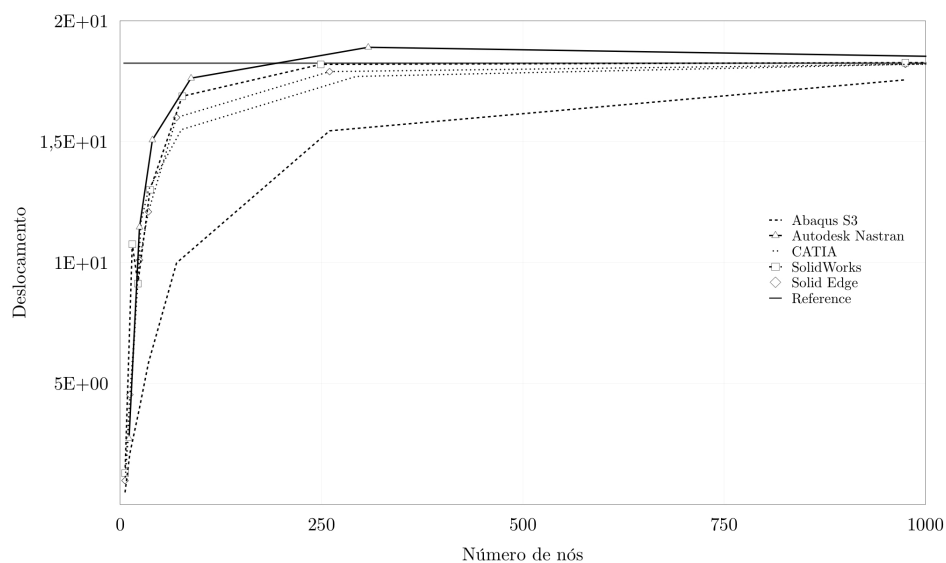


Figura 4.43: Cilindro com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares lineares.

O comportamento dos elementos quadriláteros de 1ª ordem pode ser observado na Figura 4.44. Em comparação com os elementos triangulares de 1ª ordem é possível obter-se uma ligeira melhoria na taxa de convergência pois os valores aproximam-se, com o menor refinamento, do valor expectável. Na Figura 4.45, é possível verificar a simulação com 975 nós realizada do modelo na plataforma *Solid Edge*.

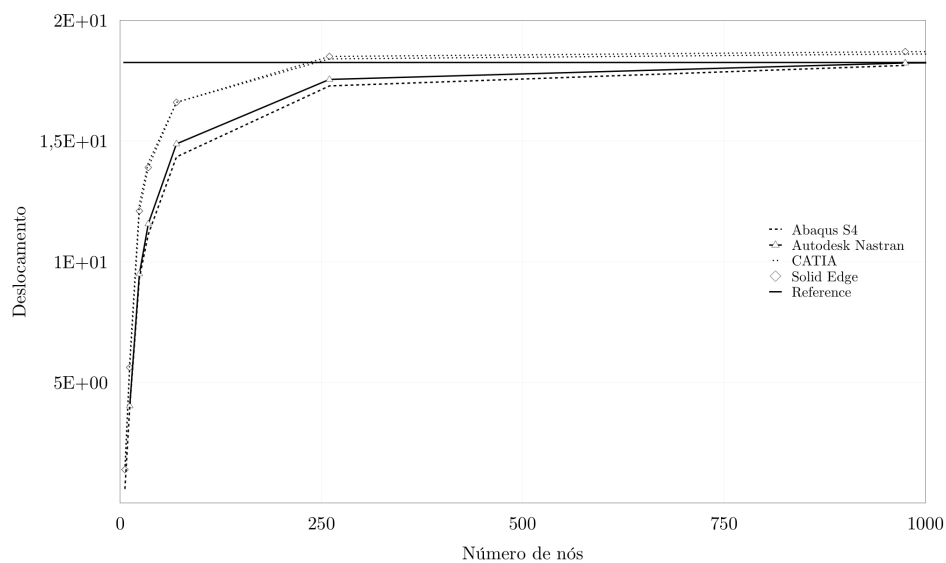


Figura 4.44: Cilindro com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros lineares.

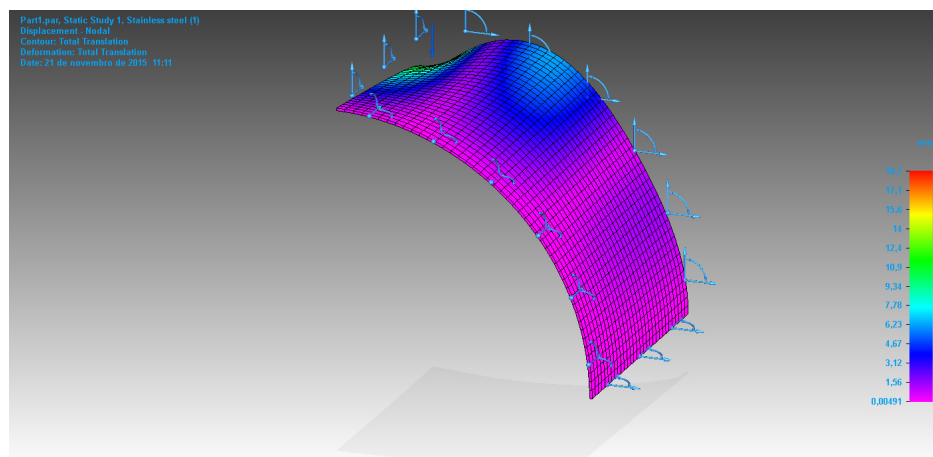


Figura 4.45: Simulação com 975 nós do cilindro com cargas concentradas realizada no *SolidEdge*.

Com a utilização dos elementos triangulares de 2^a ordem verifica-se que os resultados pioram em relação aos elementos triangulares lineares, como pode ser observado na Figura 4.46.

Pode-se concluir que o uso deste tipo de elementos deve ser ponderado, pois existem outros elementos com um desempenho melhor.

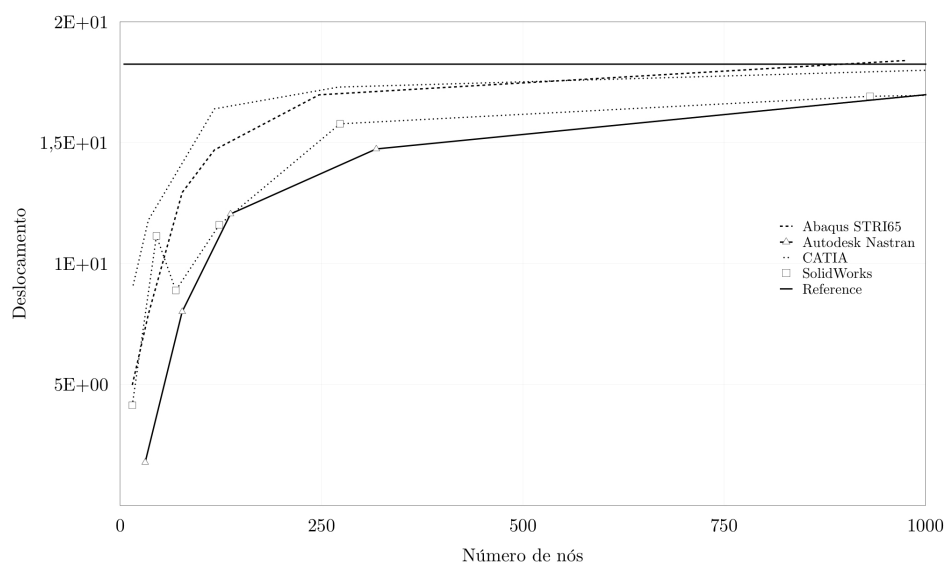


Figura 4.46: Cilindro com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos triangulares quadráticos.

Os elementos quadriláteros de 2^a ordem apresentam um comportamento melhor quanto à taxa de convergência em relação aos elementos de 1^a ordem, como pode ser observado na Figura 4.47.

A taxa de convergência vai ao encontro do valor teórico expectável. Apenas com o *Autodesk Nastran* é que os resultados pioram, relativamente aos de 1^a ordem.

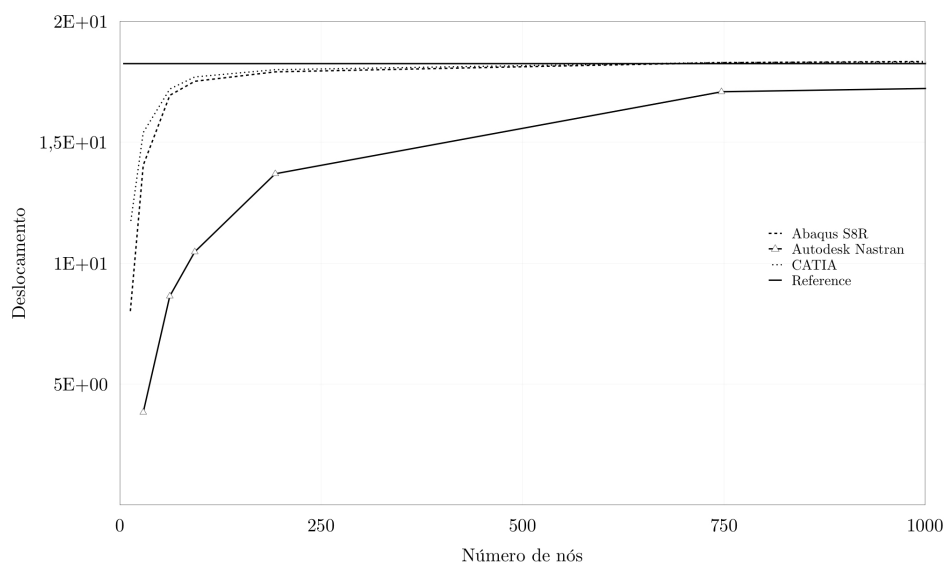


Figura 4.47: Cilindro com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos quadriláteros quadráticos.

Analisados os resultados obtidos com elementos do tipo casca pode-se concluir que os elementos quadriláteros de 2ª ordem (à exceção da plataforma *Autodesk NASTRAN*) são os melhores relativamente à taxa de convergência, usando o menor refinamento possível. Proceder-se-à agora à análise de resultados com elementos sólidos, neste caso tetraédricos e hexaédricos, respetivamente, de 1ª e 2ª ordem.

Os resultados do deslocamento com o aumento do número de nós, usando elementos tetraédricos lineares, podem ser observados na Figura 4.48.

O uso de elementos tetraédricos de 1ª ordem não oferece uma boa convergência com o refinamento da malha pois o valor obtido não tende para o valor teórico expectável, como observável. Nota para o eixo dos deslocamentos utilizar a escala logarítmica com o objetivo de compreender melhor a curva de convergência.

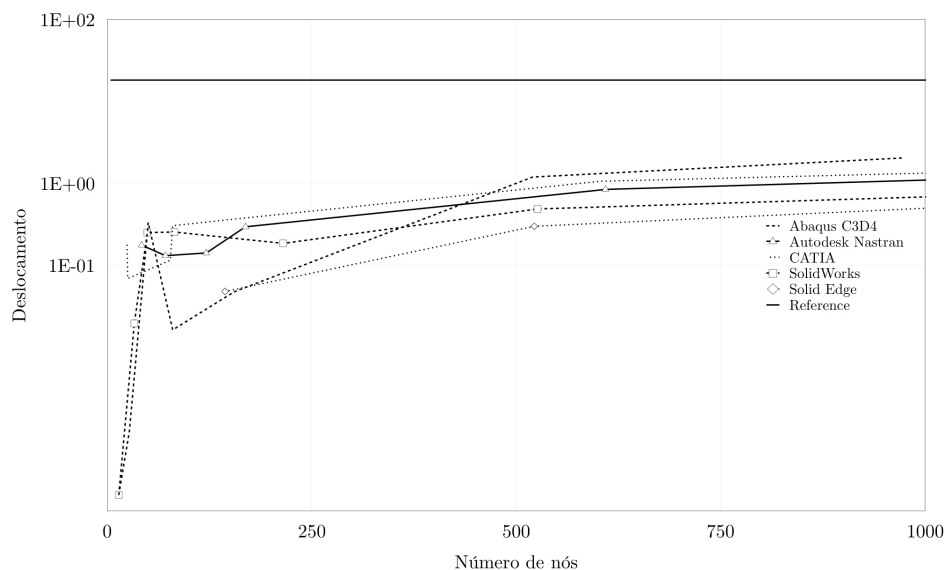


Figura 4.48: Cilindro com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos lineares.

O elemento hexaédrico de 1ª ordem oferece maior estabilidade quanto à convergência de resultados, como pode ser observado na Figura 4.49.

Apesar de este elemento apresentar melhores resultados relativamente à análise anterior, o mesmo não converge de forma satisfatória para o valor expectável.

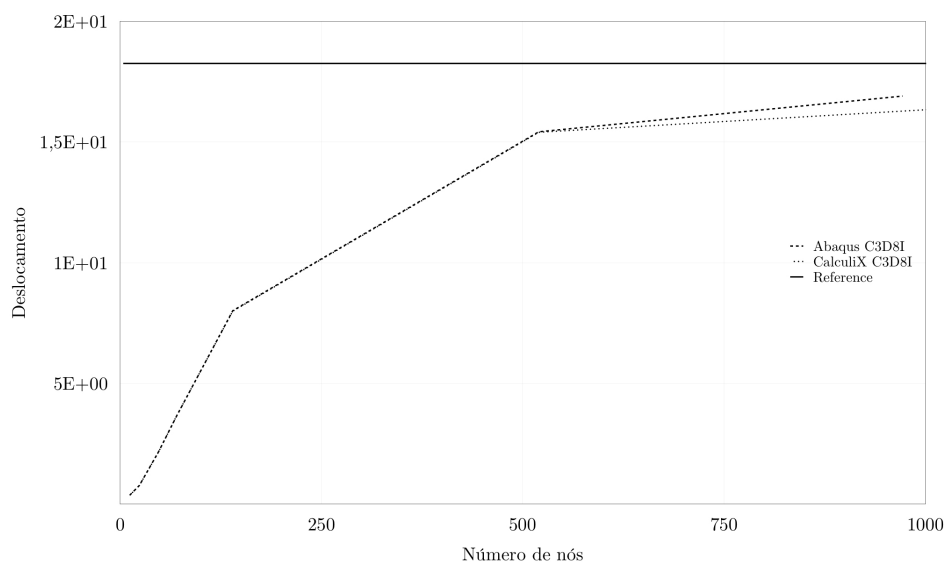


Figura 4.49: Cilindro com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos lineares.

Os elementos tetraédricos de 2ª ordem demonstram uma melhoria relativamente aos elementos lineares tetraédricos, como pode ser visto na Figura 4.50. Apesar desta melhoria, a sua taxa de convergência não tende para o valor teórico.

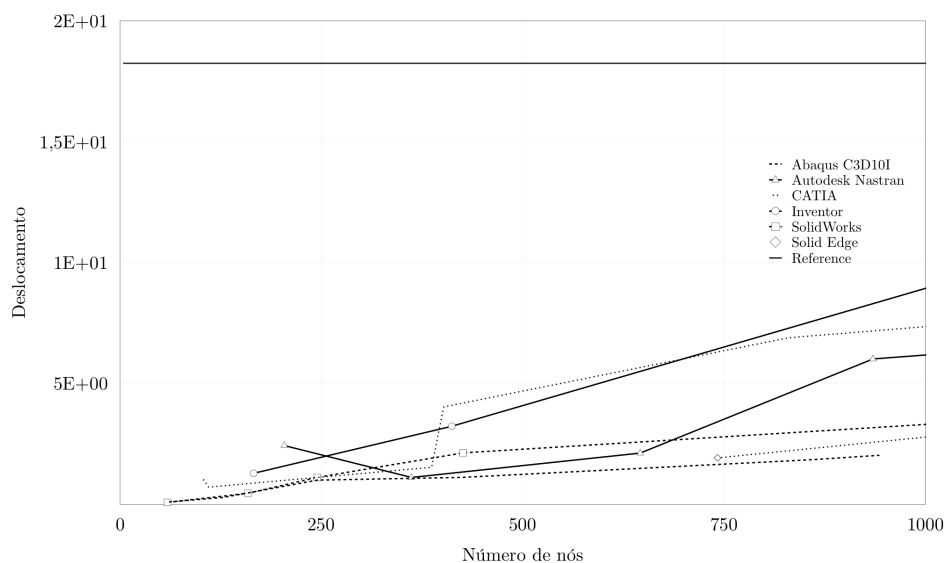


Figura 4.50: Cilindro com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos tetraédricos quadráticos.

Os resultados obtidos com elementos hexaédricos de 2ª ordem ficam aquém no seu comportamento, quando comparados com os elementos hexaédricos de 1ª ordem, como poderá ser observado na Figura 4.51. Mais uma vez, a curva da convergência não chega a atingir o valor referência esperado.

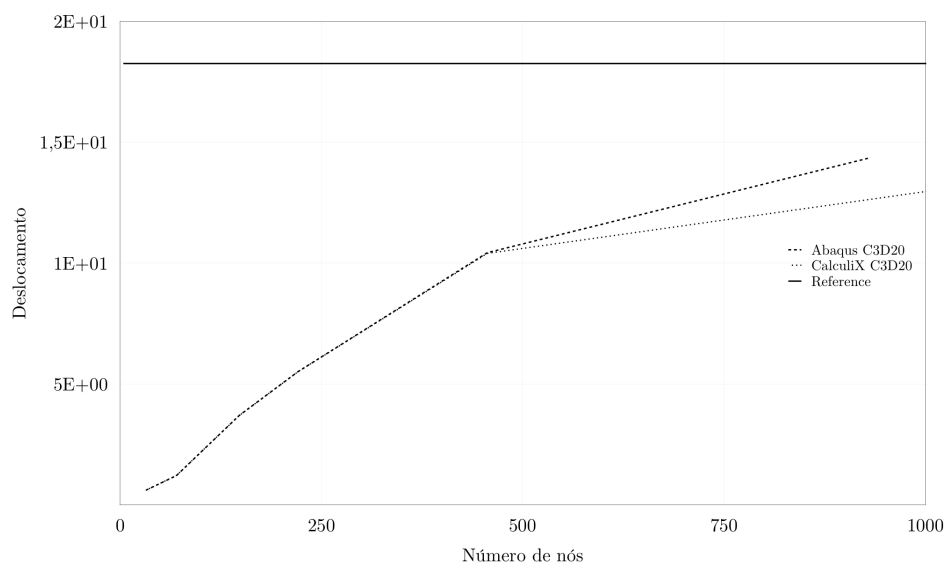


Figura 4.51: Cilindro com cargas concentradas - Relação entre o valor do deslocamento e o número de nós, usando elementos hexaédricos quadráticos.

De um modo geral, a utilização de elementos do tipo casca é recomendável para este estudo pois todos os elementos bidimensionais, numa forma geral tendem melhor para o valor referência. No entanto nenhum dos elementos tridimensionais, devem ser usados

neste tipo de análise. Mais uma vez se pode concluir, que se deve ter atenção ao usar elementos sólidos em estruturas com uma espessura fina.

4.7 Quadro resumo

As plataformas *Abaqus* e *CalculiX* são as únicas que permitem a seleção do tipo de elemento pretendido na análise. Nesse sentido, na Tabela 4.1 e 4.2, é explicado cada um desses elementos.

Tabela 4.1: Quadro resumo dos elementos bidimensionais e de modo casca no *Abaqus*.

Elemento	Descrição
S3	Elemento do tipo casca triangular de três nós
CPS3	Elemento triangular de três nós para estados planos de tensão
CPE3H	Elemento triangular de três nós para estados planos de deformação com modo híbrido
S4	Elemento do tipo casca quadrilátero de quatro nós
CPS4	Elemento quadrilátero de quatro nós para estados planos de tensão
CPS4R	Elemento quadrilátero de quatro nós para estados planos de tensão com integração reduzida
CPS4I	Elemento quadrilátero de quatro nós para estados planos de tensão com modo incompatível
CPE4H	Elemento quadrilátero de quatro nós para estados planos de deformação com modo híbrido
STRI65	Elemento do tipo casca triangular de seis nós
CPS6	Elemento triangular de seis nós para estados planos de tensão
CPE6H	Elemento triangular de seis nós para estados planos de deformação com modo híbrido
CPE6MH	Elemento triangular modificado de seis nós para estados planos de deformação com modo híbrido
S8R	Elemento do tipo casca quadrilateral de oito nós com integração reduzida
CPS8	Elemento quadrilateral de oito nós para estados planos de tensão
CPS8R	Elemento quadrilateral de oito nós para estados planos de tensão com integração reduzida
CPE8H	Elemento quadrilátero de oito nós para estados planos de deformação com modo híbrido

Tabela 4.2: Quadro resumo dos elementos sólidos utilizados no *Abaqus* e *CalculiX*.

Elemento	Descrição
C3D4	Elemento tetraédrico de quatro nós
C3D4H	Elemento tetraédrico de quatro nós com modo híbrido
C3D8I	Elemento hexaédrico de oito nós com modo incompatível
C3D8RH	Elemento hexaédrico de oito nós com integração reduzida e modo híbrido
C3D10I	Elemento tetraédrico de dez nós com formulação de melhoria de tensões superficiais
C3D10H	Elemento tetraédrico de dez nós com modo híbrido
C3D20	Elemento hexaédrico de vinte nós
C3D20R	Elemento hexaédrico de vinte nós com integração reduzida
C3D20H	Elemento hexaédrico de vinte nós com modo híbrido

Página intencionalmente em branco.

Capítulo 5

Problemas de análise de tensões e deformações

Neste capítulo são analisados outros problemas onde o valor a retirar das simulações são a tensão e a energia de deformação. O objetivo mantém-se o mesmo, o de testar o desempenho no âmbito da análise de elementos finitos nas plataformas anteriormente apresentadas. Após a verificação do desempenho de cada um dos *softwares*, é realizada uma discussão dos resultados obtidos para cada um dos problemas.

5.1 Introdução

As análises são realizadas com elementos bidimensionais ou do tipo casca e por essa razão apenas algumas das plataformas estão habilitadas a realizar este tipo de estudo.

O primeiro exemplo alvo de teste será a placa infinita com um furo sob tensão, seguido o exemplo da parabolóide hiperbólico. Os problemas apresentados encontram-se mais uma vez no sistema internacional, pelo que não é feita qualquer referência a unidades.

5.2 Placa infinita com um furo sob tensão

O problema é uma placa com um furo sob tensão em estado plano de tensão, sendo que a placa é modelada por 1/4.

A taxa de convergência do valor da tensão é calculado para a placa com as seguintes dimensões: comprimento (l) de 4 e raio (r) de 1. O material é isotrópico, logo as propriedades são as seguintes: módulo de Young (E) de 10×10^5 e coeficiente de Poisson (ν) de 0,49999. A força aplicada na aresta perpendicular ao eixo x da placa tem direção paralela a este eixo e é de valor (T_x) de 10 [44].

A geometria, forças, condições fronteira e dimensões podem ser observadas na Figura 5.1.

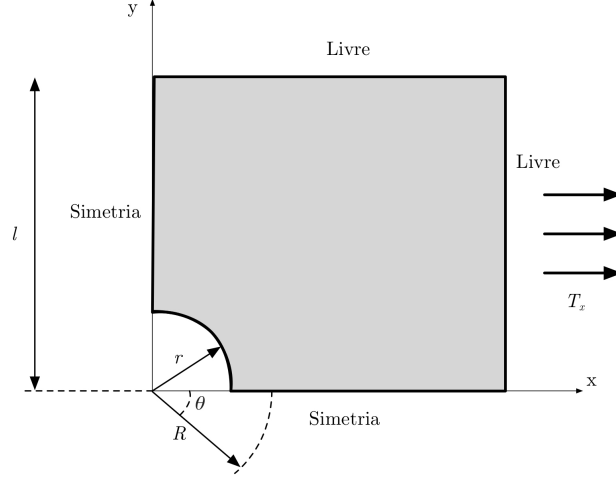


Figura 5.1: Placa infinita com um furo sob tensão (1/4 do modelo modelado).

Para se obter a taxa de convergência é necessário ter um valor de referência para servir posteriormente de comparação. A solução exata [48] da tensão máxima é calculada pela equação 5.1.

$$\begin{aligned}\sigma_{rr}(r, \theta) &= \frac{T_x}{2} \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) + \frac{T_x}{2} \left(1 - 4\frac{R^2}{r^2} + 3\frac{R^4}{r^4}\right) \cos 2\theta, \\ \sigma_{\theta\theta}(r, \theta) &= \frac{T_x}{2} \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) - \frac{T_x}{2} \left(1 + 3\frac{R^4}{r^4}\right) \cos 2\theta, \\ \sigma_{r\theta}(r, \theta) &= -\frac{T_x}{2} \left(1 + 2\frac{R^2}{r^2} - 3\frac{R^4}{r^4}\right) \sin 2\theta.\end{aligned}\quad (5.1)$$

A equação anterior tem por base as coordenadas cilíndricas. Assim sendo, as tensões mínimas e máximas vão se encontrar em $R = 1$ e em θ a tomar os valores de 0 , $\frac{\pi}{2}$, π e $\frac{3\pi}{2}$. Substituindo a Equação 5.1, por $R = 1$, obtém-se

$$\begin{aligned}\theta_{rr} &= 0 \\ \theta_{\theta\theta} &= T - 2T \cos(2\theta) \\ \theta_{r\theta} &= 0.\end{aligned}$$

O valor de tensão máxima, encontra-se em $\theta = 0$ ou $\theta = \frac{\pi}{2}$.

$$\begin{aligned}\theta = 0, \quad \sigma_{\theta\theta} &= -T \\ \theta = \frac{\pi}{2}, \quad \sigma_{\theta\theta} &= 3T.\end{aligned}\quad (5.2)$$

Logo, a tensão máxima em $\sigma_{\theta\theta}$ em coordenadas cilíndricas ou σ_{yy} em coordenadas cartesianas é igual a $3T$.

Um pormenor muito importante e a ter em conta é que a utilização das forças para a análise bidimensional não é possível em algumas plataformas pois estas utilizam a força sobre faces ao invés de arestas. O *Abaqus* e o *SolidWorks*, por sua vez permitem o uso de forças em arestas.

Como demonstrado anteriormente, as únicas plataformas capazes de realizar esta análise são o *Abaqus* com elementos triangulares e quadriláteros e o *SolidWorks* para elementos triangulares. O comportamento dos elementos triangulares lineares pode ser observado na Figura 5.2.

O elemento triangular linear tem uma taxa de convergência no caso da plataforma *Abaqus* melhor que o *SolidWorks*. No caso do uso do *software Abaqus* a curva de convergência dos elementos triangulares de 1ª ordem é a que mais se aproxima relativamente ao valor de referência.

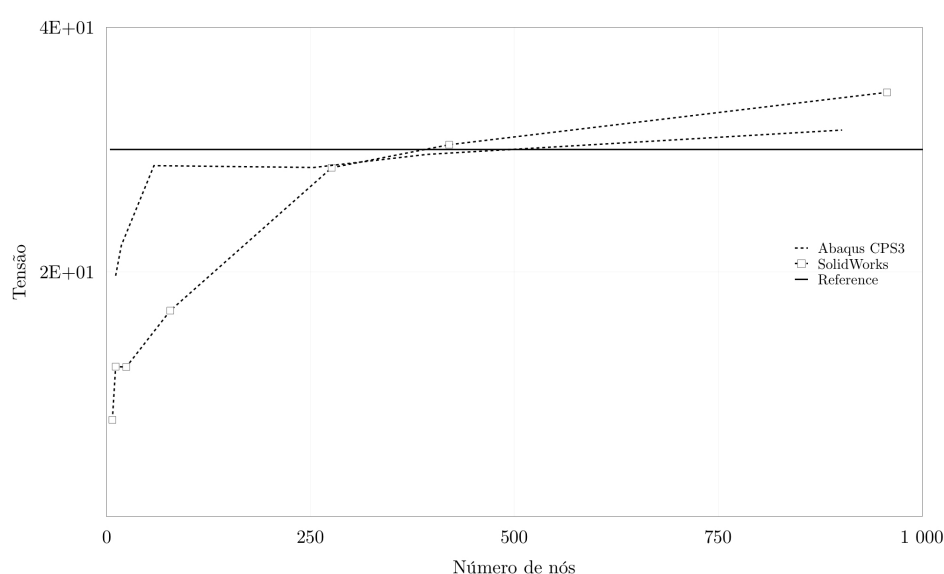


Figura 5.2: Placa infinita com um furo sob tensão - Relação entre o valor da tensão e o número de nós, usando elementos triangulares lineares.

O comportamento dos elementos quadriláteros de 1ª ordem pode ser observado na Figura 5.3. O desempenho dos elementos quadriláteros de 1ª ordem na plataforma *Abaqus*, é possível observar-se que a taxa de convergência não é mais satisfatória quando comparada com a dos elementos triangulares lineares. Esta taxa de convergência converge para um valor mas distante do referência. Na Figura 5.4, observa-se o modelo simulado com 420 nós na plataforma *SolidWorks*.

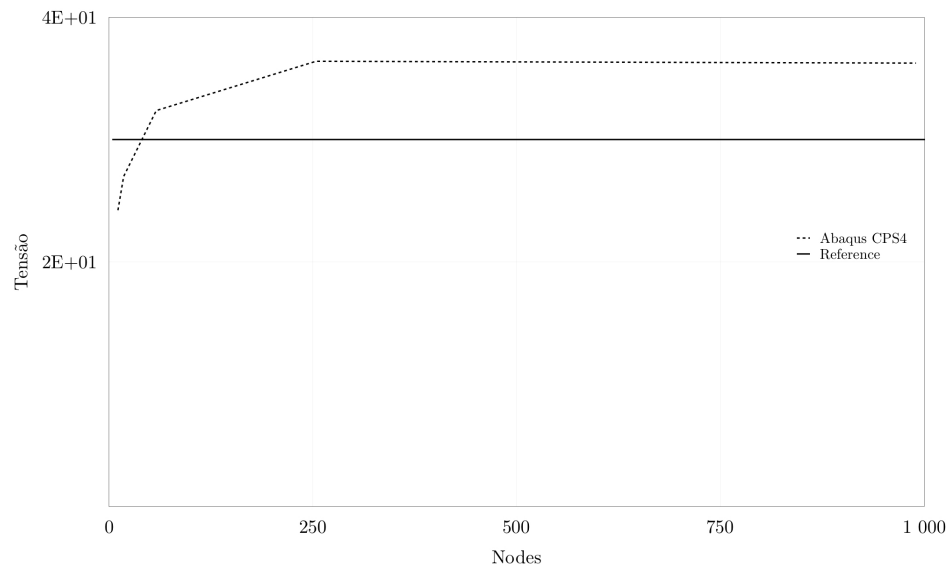


Figura 5.3: Placa infinita com um furo sob tensão - Relação entre o valor da tensão e o número de nós, usando elementos quadrilátero lineares.

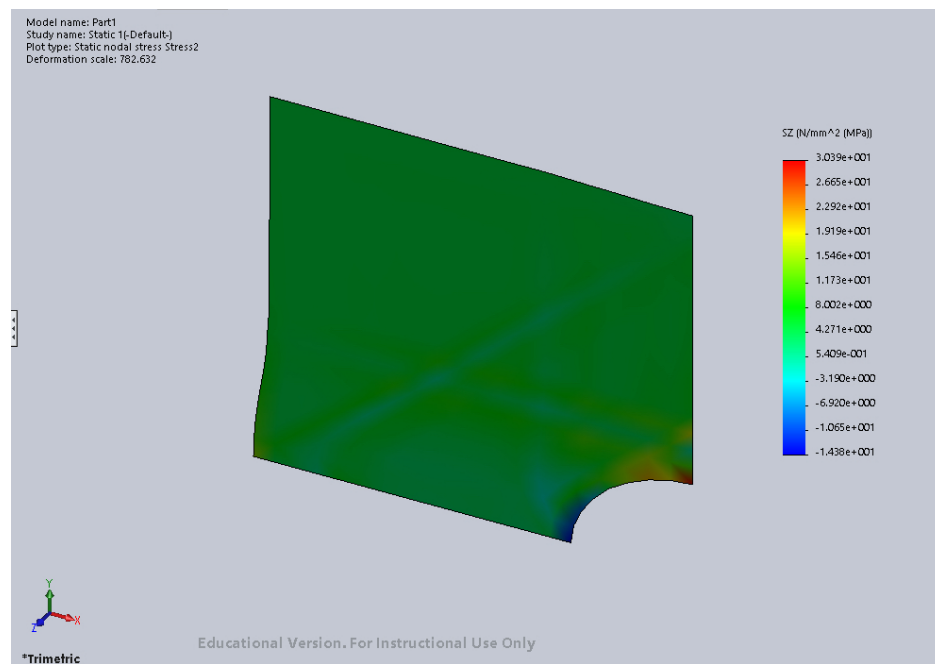


Figura 5.4: Simulação com 420 nós da placa infinita com um furo sob tensão realizada no *SolidWorks*.

Com a utilização dos elementos triangulares de 2^a ordem verifica-se que os resultados não apresentam melhorias, relativamente aos de 1^a ordem, como pode ser visto na Figura 5.5.

Verifica-se que o elemento triangular quadrático do *Abaqus* não oferece melhores resultados quando comparado com o respetivo de 1^a ordem. Quanto ao *SolidWorks*,

este tem um desempenho irregular nas simulações, não apresentando uma boa taxa de convergência.

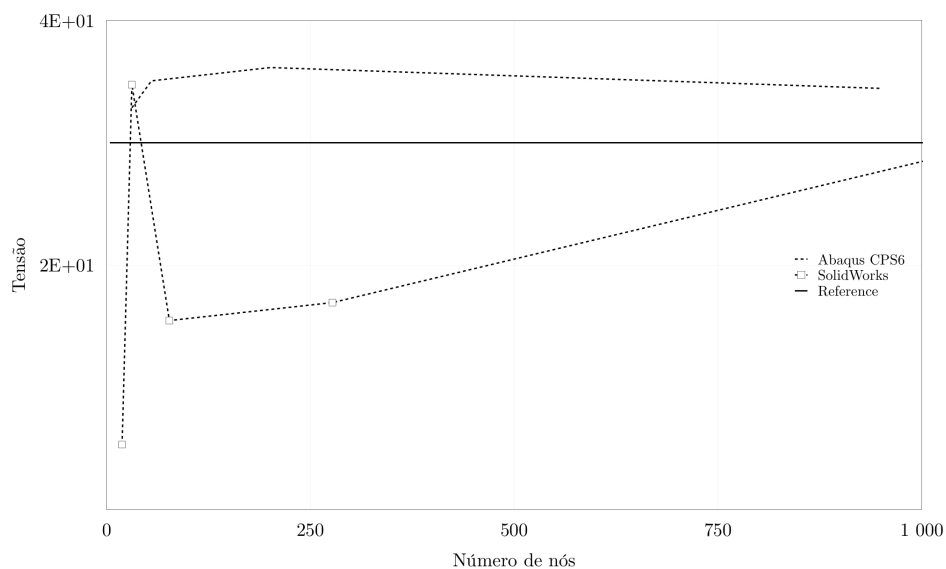


Figura 5.5: Placa infinita com um furo sob tensão - Relação entre o valor da tensão e o número de nós, usando elementos triangulares quadráticos.

Com os elementos quadriláteros de 2^a ordem, a curva de convergência estabiliza como nos elementos de 1^a ordem, como pode ser observado na Figura 5.6.

Como é possível observar, a linha da taxa de convergência está acima do valor referência expectável, observando-se um erro associado para a mesma.

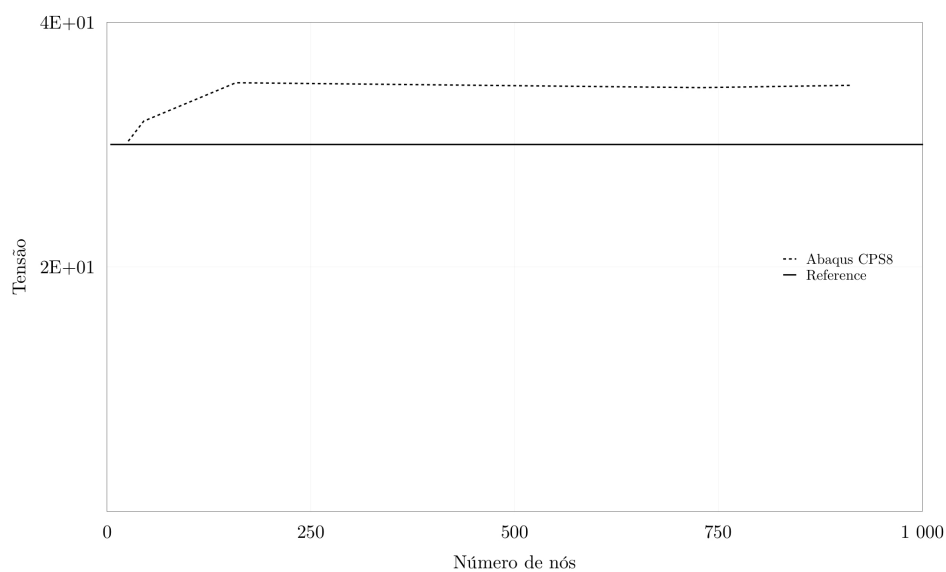


Figura 5.6: Placa infinita com um furo sob tensão - Relação entre o valor da tensão e o número de nós, usando elementos quadrilátero quadráticos.

Depois de analisados os resultados obtidos com elementos bidimensionais, pode-se concluir, de um modo geral que todos os elementos apresentam erros na curva de convergência relativamente ao valor referência.

5.3 Parabolóide hiperbólico

Parte de um parabolóide hiperbólico demonstrado na Figura 5.5 é fixado em ambos os lados e está sujeito ao seu próprio peso. Os valores para definição do modelo estão representados na Figura 5.6, sendo o material isotrópico, logo as propriedades são as seguintes, módulo de Young (E) de 2×10^5 e coeficiente de Poisson (ν) de 0,3. Como o modelo está sujeito ao seu próprio peso é necessário definir a sua densidade com o valor (ρ) de 8000.

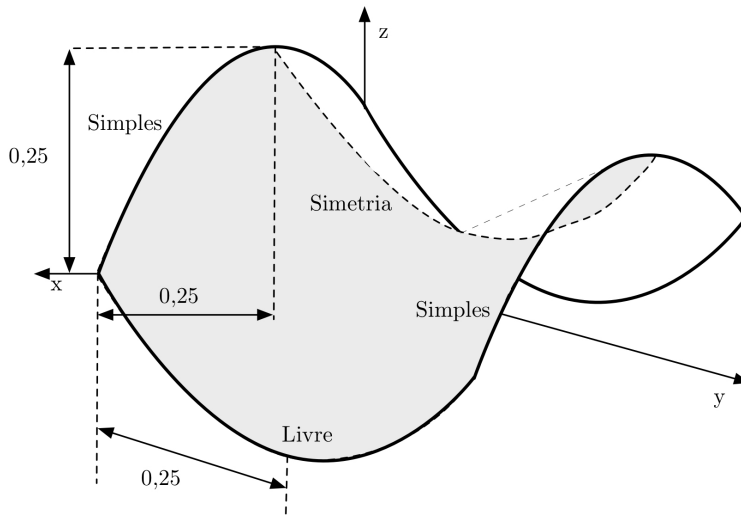


Figura 5.7: Parabolóide hiperbólico (1/2 do modelo modelado).

A solução referência para este problema varia conforme a espessura do modelo. Como neste caso foi utilizada uma espessura de 1/1000, tem-se um valor de $1,1013 \times 10^{-2}$ como valor para a energia de deformação [45].

Particularidade para os todos os gráficos deste problema, apresentarem nos eixos dos deslocamentos a escala logarítmica com o objetivo de representar melhor as curvas de convergências.

O comportamento dos elementos triangulares lineares podem ser observados na Figura 5.8. O elemento triangular linear tem uma taxa de convergência aceitável com o refinamento da malha. Todas as plataformas apresentam um comportamento idêntico, como analisado

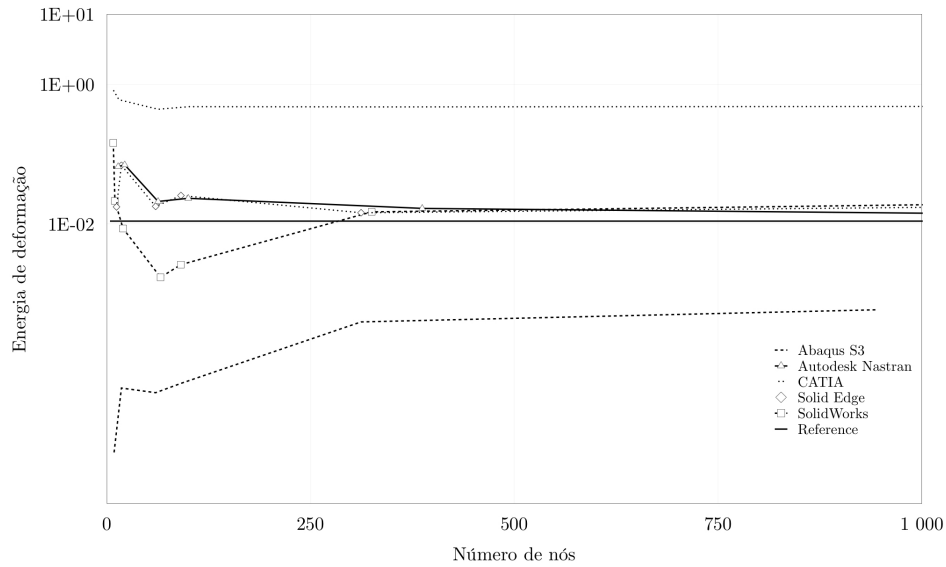


Figura 5.8: Parabolóide hiperbólico - Relação entre o valor da energia de deformação e o número de nós, usando elementos triangulares lineares.

O comportamento dos elementos quadriláteros de 1^a ordem pode ser observado através da Figura 5.9. Em comparação com os elementos triangulares de 1^a ordem é possível concluir-se que a taxa de convergência não é tão satisfatória.

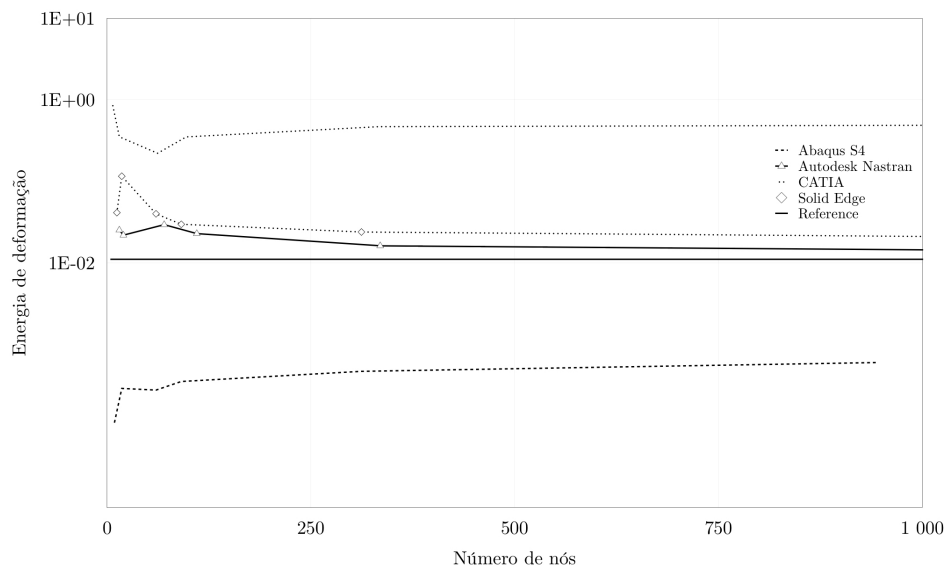


Figura 5.9: Parabolóide hiperbólico - Relação entre o valor da energia de deformação e o número de nós, usando elementos quadrilátero lineares.

Com o uso dos elementos triangulares de 2^a ordem verifica-se que os resultados são mais satisfatórios assim como os de 1^a ordem, tal como visualizado na Figura 5.10.

Verifica-se que o elemento triangular quadrático tem um desempenho idêntico quando comparada com a respetiva de 1^a ordem.

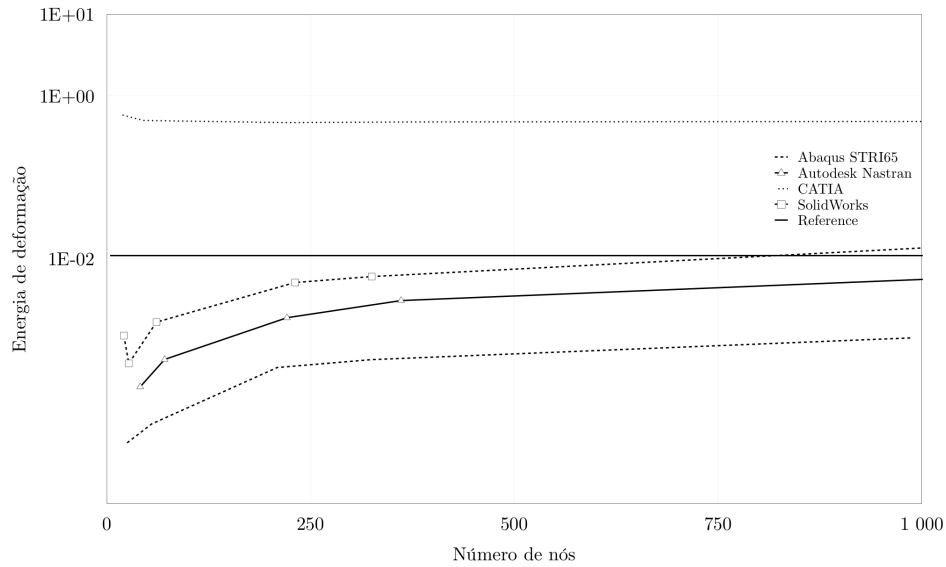


Figura 5.10: Parabolóide hiperbólico - Relação entre o valor da energia de deformação e o número de nós, usando elementos triangulares quadráticos.

Os elementos quadriláteros de 2ª ordem conseguem proporcionar curvas de convergência idênticas às de 1ª ordem, como pode ser observado na Figura 5.11. O *Abaqus* destaca-se como o que produz o resultado menos aceitável. Por outro lado, a plataforma, *Autodesk Nastran* apresenta a melhor curva de convergência e o *CATIA* apresenta um resultado com um erro associado. Na Figura 5.12 é demonstrada a simulação realizada com a plataforma *Autodesk Nastran*.

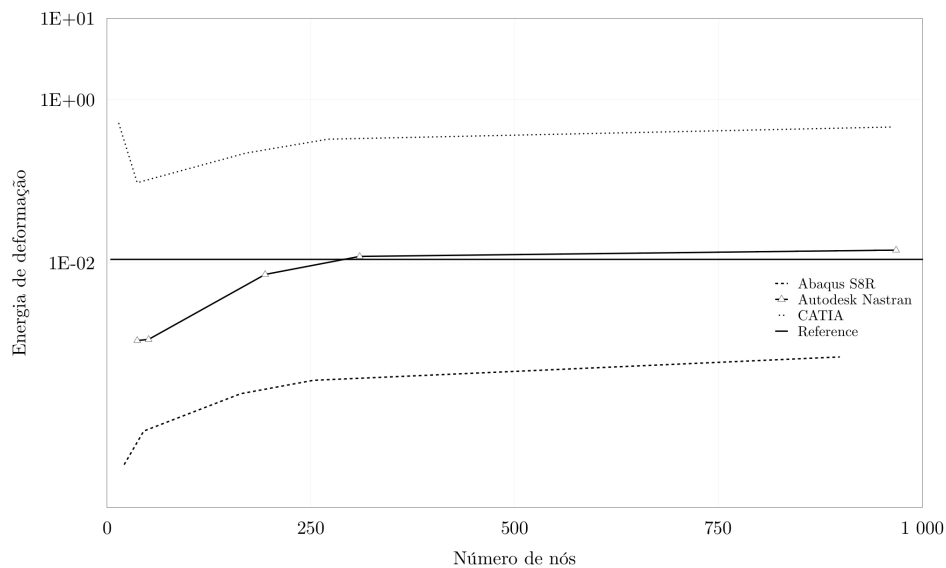


Figura 5.11: Parabolóide hiperbólico - Relação entre o valor da energia de deformação e o número de nós, usando elementos quadrilátero quadráticos.

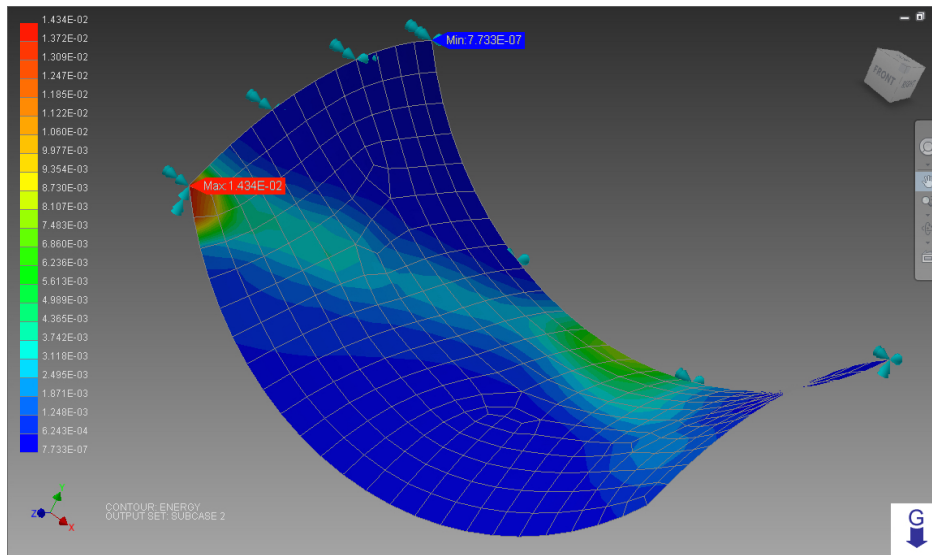


Figura 5.12: Parabolóide hiperbólico realizada no *AutodeskNastran*.

Pode-se assim concluir que os elementos triangulares, quer de 1^a como de 2^a ordem, são o mais estáveis possíveis quanto à taxa de convergência, ao longo do refinamento da malha, para todas as análises.

Página intencionalmente em branco.

Capítulo 6

Considerações finais

6.1 Conclusões

Após a análise de cada uma das plataformas, tendo em conta os problemas apresentados, é possível agora verificar se os objetivos propostos inicialmente foram atingidos com sucesso.

Um dos principais objetivos desta Dissertação é a compreensão das limitações adjacentes a cada uma das plataformas. Neste caso, a perceção e sensibilidade que um determinado *software* pode oferecer tendo por base a sua fiabilidade quanto ao resultado, para uma determinada gama de problemas. Outro dos objetivos propostos é a análise e avaliação da aplicabilidade de determinado módulo no CAD (*Computer Aided Design*), perante determinados problemas. Assim, será possível perceber, se as plataformas disponíveis no mercado serão as suficientes ou se é necessário utilizar plataformas dedicadas ao CAE (*Computer Aided Engineering*) .

É perceptível que o *Abaqus*, como *software* dedicado ao CAE e devido ao seu vasto leque de elementos, seja a plataforma que deverá oferecer maior fiabilidade perante um maior número de problemas. Ao contrário desta plataforma, o *Inventor* é o *software* que tem o menor número de elementos na sua biblioteca, podendo assim assumir-se que será a plataforma mais limitada na sua aplicabilidade e a menos exata nos resultados apresentados. Tendo em conta o trabalho desenvolvido, o *Inventor* possuindo apenas na sua biblioteca o elemento tetraédrico de 2ª ordem, conclui-se que não será o mais aconselhado no uso de uma simulação numérica e em problemas de flexão em estruturas finas, pois os resultados não serão de todo realistas.

Para problemas de flexão, como foi verificado em secções anteriores, é recomendado na simulação o uso de elementos de modo incompatível. As únicas plataformas que explicitamente têm nas suas bibliotecas esses elementos são o *Abaqus* e o *CalculiX*. É também de notar que perante as plataformas escolhidas para análise, neste trabalho, as duas anteriormente referidas, são as únicas onde é possível escolher o modo pretendido no elemento, oferecendo uma personalização de análise ao utilizador. No entanto, verifica-se que noutras plataformas, existem elementos na sua formulação regular, que convergem da mesma forma que os elementos de modo incompatível. Sendo assim, na realidade não serão elementos regulares na sua verdadeira aceção da palavra. Estes elementos “teoricamente” regulares, têm algum tipo de formulação especial para garantir maior precisão de resultados em problemas onde não seria recomendado o seu uso.

O elemento tetraédrico é o elemento mais comum nas plataformas de simulação nu-

mérica. Este elemento é recomendado para criação de malha em modelos com uma forma versátil pois é o que menos adultera a sua forma inicial. Devido à grande versatilidade do elemento, este é largamente utilizado nas plataformas de simulação. Este elemento nas simulações da viga encastrada e do cilindro com paredes espessas apresenta curvas de convergência que se aproximam do valor referência embora haja sempre um erro associado. Poderá concluir-se que os elementos tetraédricos apresentam rigidez à flexão e por essa razão não se obtêm resultados relevantes deste elemento.

A discretização de modelos com uma espessura fina com elementos sólidos deve ser cuidada pois os resultados obtidos podem não corresponder à realidade. Em muitos dos problemas referência, esses elementos não ofereceram qualidade nos resultados obtidos, podendo levar a graves erros de análise, posteriormente.

De referir ainda que o *Abaqus* e o *Autodesk Nastran*, ambos *softwares* dedicados ao CAE, são os únicos onde seria possível a realização de simulações com coordenadas cilíndricas que deveriam ter sido utilizadas no problema referência do cilindro com paredes espessas.

Foi possível constatar as grandes vantagens das plataformas dedicadas à análise pois estas permitem a personalização total da simulação, desde o tipo de análise pretendida, à escolha do elemento para refinamento da malha e até na quantidade e qualidade dos resultados obtidos na análise. As plataformas CAD, com módulo de análise, têm limitações identificadas, como, por exemplo, a impossibilidade de escolha do tipo elemento pretendido ou até a escassez de dados originados pela análise. Estas diferenças existentes levam a que, antes de se adquirir uma plataforma de análise, seja necessário perceber o que é pretendido das análises e desse modo perceber qual a melhor escolha no mercado. Com a quantidade e limitações existentes neste mundo infindável de *softwares* com análises, aquando da escolha da plataforma de acordo com certos requisitos, com certeza que se encontrará uma escolha à medida da satisfação do utilizador.

6.2 Perspectivas de trabalho futuro

De acordo com o trabalho desenvolvido nesta Dissertação, será possível fazer algumas recomendações para trabalhos futuros, como por exemplo:

- incluir um maior número de plataformas dedicadas ao CAE à análise comparativa;
- analisar comparativamente as plataformas de código aberto existentes no mercado por forma a compreender o seu desempenho;
- realizar um estudo similar, mas para análises não-lineares;
- fazer este tipo de estudo para análise térmica ou de fluídos;
- realizar um estudo idêntico mas com ênfase sobre tensões e deformações.

Bibliografia

- [1] W Carlson. A Critical History of Computer Graphics and Animation. Acedido a 23/09/2015. URL: <https://design.osu.edu/carlson/history/lessons.html>.
- [2] D T Ross. Computer-Aided Design. *Communications of the ACM*, 4(5):235–, 1961.
- [3] R H MacNeal e C W McCormick. The NASTRAN computer program for structural analysis. *Computers & Structures*, 1(3):389–412, 1971.
- [4] P E Bezier. Example of an Existing System in the Motor Industry: The Unisurf System. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 321(1545):207–218, 1971.
- [5] Resources and Information for professional designers. CAD Chronology. Acedido a 23/09/2015. URL: <http://mbinfo.mbdesign.net/CAD2000.htm>.
- [6] Computer History Museum. Computer Aided Design Tools Developed for ICs. Acedido a 10/09/2015. URL: <http://www.computerhistory.org/semiconductor/timeline/1966-CAD.html>.
- [7] H Toriya e H Chiyokura. *3D CAD Principles and Applications*. Computer Science Workbench. Springer Science & Business Media, 1ªEdição, 2012.
- [8] I E Sutherland. Sketchpad a Man-Machine Graphical Communication System. *Simulation*, 2(5):R–3–R–20, 1963.
- [9] E Yares. 50 Years of CAD. Acedido a 24/09/2015. URL: <http://www.designworldonline.com/50-years-of-cad/>.
- [10] F N Krull. The Origin of computer graphics within general motors. *IEEE Annals of the History of Computing*, 16(3):40–56, 1994.
- [11] C M Eastman e K J Weiler. *Geometric Modeling Using the Euler Operators*. DRC. Institute of Physical Planning, Carnegie-Mellon University, 1979.
- [12] J Orr. The Engineering Design Revolution. Acedido a 20/10/2015. URL: <http://www.cadhistory.net/toc.htm>.
- [13] Bearings Services and Related Products &. Bearing Engineering Consulting and Design. Acedido a 17/01/2015. URL: <http://www.astbearings.com/engineering-consulting-and-design.html>.

-
- [14] K T Ulrich e S D Eppinger. *Product Design and Development*. McGraw-Hill Europe, 5ª Edição, 2011.
- [15] N Jassi. CAD/CAM Fundamentals. Acedido a 13/03/2015. URL: <http://www.cadcamfunda.com/cad>.
- [16] I Chasiotis. Springer Handbook of Experimental Solid Mechanics. In *Springer Handbook of Experimental Solid Mechanics*, pages 335–719. 2008.
- [17] R Bernd, T Alexander e R Frank. Integrated Finite Element Analysis (FEA) in Three-Dimensional Computer Aided Design Programs (CAD) - Overview and Comparison. In *Guidelines for a Decision Support Method Adapted to NPD Processes*, page 12, 2007.
- [18] B Dolsak e F Rieg B Alber, R Hackenschmidt. ICROS-The Selective Approach To High-Tech Polymer Product Design-Modelling And Experimental Verification. page 8, 2006.
- [19] R Shih. *Parametric Modeling with Autodesk Inventor 2014*. SDC Publications, Oregon, EUA, 2013.
- [20] M Michaud. *CATIA Core Tools: Computer Aided Three-Dimensional Interactive Application*. McGraw-Hill Education, Nova Iorque, EUA, 1ª Edição, 2012.
- [21] Dassault Systemes. SolidWorks Fact Sheet. Acedido a 20/04/2015. URL: [http://www.solidworks.com/sw/docs/Corp_FactSheet_2013Q4_\(1\).pdf](http://www.solidworks.com/sw/docs/Corp_FactSheet_2013Q4_(1).pdf).
- [22] D C Planchard e M P Planchard. *SolidWorks 2013 Tutorial*. Solidworks Tutorial with Video Instruction. SDC Publications, EUA, 2013.
- [23] P Kurowski. *Engineering Analysis with SOLIDWORKS Simulation 2015*. SDC Publications, 2015.
- [24] J M Alonso, C A Caldas e S R Fernández. *Introduccion al Solid Edge*. Ediciones Paraninfo. S.A., 2006.
- [25] A Khennane. *Introduction to Finite Element Analysis Using MATLAB and Abaqus*. Taylor & Francis, 2013.
- [26] National Aeronautics and Space Administration. NASA Technology. Acedido a 14/05/2015. URL: http://www.nasa.gov/centers/dryden/news/X-Press/stories/2008/10_08_technology.html.
- [27] Autodesk Nastran In-CAD. CAD Embedded Advanced Finite Element Analysis. Acedido a 13/06/2015. URL: http://www.cadstudio.cz/dl/Autodesk_Nastran_In-CAD_2015.pdf, doi:Accessed3rdJuly2008.
- [28] J Baylor. Getting Started with CalculiX. Acedido a 20/02/2015. URL: <http://www.bconverged.com/content/calculix/doc/GettingStarted.pdf>.
- [29] F Teixeira-Dias, J Pinho da-Cruz, R A Fontes Valente e R Alves de Sousa. *Método dos Elementos Finitos: Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia*. ETEP, Lisbon, Portugal, 2010.

- [30] R W Clough. *The finite element method in plane stress analysis*. American Society of Civil Engineers, California, EUA, 1960.
- [31] R Courant. Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibrations. Acedido a 29/07/2015. URL: <http://projecteuclid.org/euclid.bams/1183504922VN-49>.
- [32] J Greenstadt. On the Reduction of Continuous Problems To Discrete Form. *IBM Journal of Research and Development*, 3(4):355–363, 1959. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=5392575>, doi: 10.1147/rd.34.0355.
- [33] M J Turner, L J Topp, H C Martin e R W Clough. Stiffness and deflection analysis of complex structures. *Journal of the Aeronautical Sciences (Institute of the Aeronautical Sciences)*, 23(9), 1956.
- [34] O C Zienkiewicz e Y K Cheung. Finite Elements in the Solution of Field Problems. *The Engineer*, 220:507–510, 1965.
- [35] O C Zienkiewicz e Y K Cheung. *The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics: Numerical Solution of Problems in Structural and Continuum Mechanics*. McGraw-Hill, London, United Kingdom, 1967.
- [36] K J Bathe. *Finite Element Procedures*. Prentice Hall, Nova Jersey, EUA, 1996.
- [37] O C Zienkiewicz, R L Taylor e J Z Zhu. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. Butterworth-Heinemann, Oxford, Inglaterra, 6ª Edição, 2005.
- [38] A F Azevedo. *Método dos Elementos Finitos*. 2003.
- [39] Dassault Systèmes. Getting Started with Abaqus: Interactive Edition. Acedido a 15/02/2015. URL: <http://abaqusdoc.ucalgary.ca/books/gsa/default.htm>.
- [40] E Q Sun. Shear Locking and Hourglassing in MSC Nastran, ABAQUS, and ANSYS. In *MSC Software Corporation's 2006 Americas Virtual Product Development Conference: Evolution to Enterprise Simulation*, pages 17–19, 2006.
- [41] Dassault Systèmes. Getting Started with ABAQUS: Version 6.7. Acedido a 15/02/2015. URL: <http://130.149.89.49:2080/v6.7/books/gsa/default.htm>.
- [42] R H Macneal e R L Harder. A proposed standard set of problems to test finite element accuracy. *Finite Elements in Analysis and Design*, 1(1):3–20, 1985.
- [43] Dassault Systèmes. Abaqus 6.12 - Benchmarks Manual. Acedido a 15/12/2014. URL: http://www.maths.cam.ac.uk/computing/software/abaqus_docs/docs/v6.12/pdf_books/BENCHMARKS.pdf.
- [44] T Elguedj, Y Bazilevs, V M Calo e T J R Hughes. B- and F- projection methods for nearly incompressible linear and non-linear elasticity and plasticity using higher-order NURBS elements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(33-40):2732–2762, 2008.

- [45] K J Bathe, A Iosilevich e D Chapelle. An evaluation of the MITC shell elements. *Computers and Structures*, 75(1):1–30, 2000.
- [46] A C Scordelis e K S Lo. Computer Analysis of Cylindrical Shells. *Journal of the American Concrete Institute*, 61(5):539–561, 1964.
- [47] J C Simo, D D Fox e M S Rifai. On a stress resultant geometrically exact shell model. Part II: The linear theory; Computational aspects, 1989.
- [48] S Timoshenko e J N Goodier. *Theory of Elasticity*. Engineering societies monographs. McGraw-Hill, Nova Iorque, EUA, 3ª Edição, 1951.